



MODELOVANIE PLÔCH V 2D SKALÁRNOM POLI V PROSTREDÍ GIS

SURFACE MODELING IN 2D SCALAR FIELDS IN GIS

Jana SABOLOVÁ - Žofia KUZEVIČOVÁ - Marcela GERGELOVÁ
Štefan KUZEVIČ - Jana PALKOVÁ

Abstract

Article deals with the modeling of surfaces in 2D scalar fields and characteristic interpolation methods, which are among the most widely used in GIS environment. Each of the methods uses a different mathematical tools, is characterized by its positive and negative aspects to be taken into account. On the market there are many softwares that offer a wide variety of methods. Based on the type of input data, it would be possible to choose a method that provides accurate results. The paper is devoted to the method IDW, spline, and kriging. The methods were tested on measured data heap humus.

Key words

Interpolation, IDW, kriging, Spline.

Úvod

Existuje pomerne veľké množstvo geografických dát získavaných iba z bodov pravidelne alebo nepravidelne rozmiestnených v priestore, ktoré v princípe mapujú spojité javy. Ako príklad možno uviesť teplotu, nadmorskú výšku, zásaditosť pôdy, koncentráciu škodlivín a pod. V prípade takéhoto typu dát je finančne náročne získať informácie meraním z celej lokality. Možnosť získania hodnôt (informácií) modelovanej veličiny v priestore, ktoré neboli konkrétne merané, umožňujú rôzne metódy interpolácie.

Výpočtová technika v súčasnosti poskytuje široké spektrum interpolačných metód na tvorbu modelov, avšak pri výbere interpolačnej metódy je potrebné uvážiť množstvo faktorov, ako charakter a typ veličiny prípadne účel využitia vytváraného modelu. Tieto modely môžu slúžiť ako podklad na realizáciu priestorových analýz v prírodovedných a environmentálnych aplikáciách.

Modelovanie

Popis reálnych objektov či javov býva pre ich komplikovanosť zložitý, preto vznikajú modely, teda zjednodušené zobrazenia skutočnosti, ktorých účelom je skúmanie a vysvetlenie základných princípov. Už samotný lingvistický výklad slova model určuje aj význam modelovania.

Modelovanie v ponímaní Hebáka [1] je tvorivá ľudská činnosť spočívajúca v idealizácii a zjednodušení dejov reálneho sveta. Modelovaním môžeme dôjsť k matematickej teórii, ktorá umožní vysvetľovať a objavovať súvislosti a čiastočne ich aj zovšeobecniť.

Matematický model vyjadruje zákonitosti javov a procesov, a to tak v oblasti vedeckého poznávania, tak aj v oblasti praktickej ľudskej činnosti. Definujeme ho ako určitú formu



zobrazenia niektorých aspektov javov a procesov reálneho sveta matematickými prostriedkami. Takýmto prostriedkom môže byť sústava rovníc obsahujúca premenné (veličiny) a konštanty (parametre) [1].

V kartografickej terminológii pojmom 2D skalárne pole sa označuje pole pre zobrazenie objektov, ktorých „z“ hodnota (najčastejšie výška) je definovaná ako atribút bodu v polohe x, y . Každému bodu je možné priradiť iba jeden výškový rozmer.

Modelovanie plôch v 2D skalárnom poli

Plocha je dvojparametrická množina bodov v priestore R^3 , ktoré sú funkčnými hodnotami bodovej funkcie dvoch premenných, avšak uvažujeme koncové body jej polohových vektorov, ktoré sú funkčnými hodnotami vektorovej funkcie dvoch premenných. [2]

Ak je oblasť I obdĺžniková a uzavretá, vtedy

$$I = [a, b] \times [c, d], \quad (1)$$

hovoríme o pláte.

V počítačovej grafike sa najčastejšie volí štvorcová oblasť $I = [0, 1] \times [0, 1]$, ktorú označujeme $[0, 1]^2$.

Pojem pláty sa zaviedol pri modelovaní zložitých všeobecných tvarov, ktoré sa nedajú popísať jedinou vektorovou rovnicou. Výsledná plocha zložitého tvaru sa vytvára plátovaním, tj. napojením vhodných plošných elementov – plátov. Jednotlivé pláty sú časti plochy definované nad (spravidla) štvorcovou oblasťou $I \in [0, 1]^2$ a sú popísané jedinou vektorovou rovnicou.

Vektorovou funkciou je definovaná orientácia plátu $\mathbf{P}(u, v)$, $(u, v) \in [0, 1]^2$. Body $\mathbf{P}(0, 0)$, $\mathbf{P}(0, 1)$, $\mathbf{P}(1, 0)$, $\mathbf{P}(1, 1)$ sa označujú ako rohy plátu.

Kvalitu napojenia plátu možno hodnotiť podľa dosiahnutého rádu parametrickej alebo geometrickej spojitosti pozdĺž spoločného okraja. Pláty môžu byť rôzneho tvaru a veľkosti. Najčastejšie sa jedná o pláty štvorcového popr. trojuholníkového tvaru. Pre konštrukciu plátov a ich matematický popis sa využívajú interpolačné metódy.

Interpolačné metódy

Interpolácia je procedúra odhadu neznámych hodnôt zo známych (meraných) hodnôt v okolí. Vychádza sa z pojmu aproximujúca funkcia $f(x)$, ktorá nahrádza pôvodnú funkciu $f_0(x)$ s určitou presnosťou. Tzv. „gridding“ spočíva v odhade hodnôt bodov rozmiestnených na pravidelnej sieti, z nepravidelne rozmiestnených dátových bodov (nesúcich informácie o meraných hodnotách modelovaného javu), s cieľom vytvoriť kvázispojité povrch hodnôt študovanej premennej. Tento priestor je následne prekrytý pravidelnou sieťou, určenou vzdialenosťou medzi jej uzlami, ich počtom v jednotlivých smeroch a rotáciou. Vybranou interpolačnou metódou je potom postupne vyplňaná „medzera“ medzi pozíciami dátových bodov a nemapovanými hodnotami v pozíciách uzlov siete [8]. Pomocou interpolačnej techniky sa vypočítajú priestorové zmeny jednotlivých priemerných teplôt.

Za *priestorovú interpoláciu* je označovaná skupina metód, ktorá slúži k vytváraniu spojitých povrchov (polí) z bodových meraní. Väčšina interpolačných postupov je založená na princípu priestorovej autokorelácie – teda na predpoklade, že hodnoty predikovanej veličiny v lokalitách blízkyh si budú viac podobné ako hodnoty v lokalitách vzdialených [4].



Predpokladom úspešnej priestorovej interpolácie sú podľa [4]:

- existencia dostatočne reprezentatívnej vzorky meraných dát,
- teoretické i empirické znalosti o povahe priestorovej diferenciácie študovaného javu,
- vhodné vlastnosti meranej veličiny a vhodný typ dát,
- znalosť podstaty použiteľných interpolačných metód,
- znalosť spôsobu výberu najvhodnejšej metódy.

V prípade kvalitných vstupných dát dáva väčšina interpolačných techník podobné výsledky [5].

Kriging

V zaradení jednotlivých metód podľa J.Horáka je kriging geoštatistickou metódou odhadu [6]. Táto metóda je jedna z najflexibilnejších a je vhodná na tvorbu pravidelnej siete dát z takmer všetkých typov údajových súborov. Kriging je geoštatistickou stochastickou metódou odhadu. Odhady sú počítané na základe vážených lineárnych priemerov, kde je pre každé miesto optimalizovaná sústava váh tak, aby mal výsledný odhad čo najmenšiu chybu (rozptyl odhadu). Pri použití metódy kriging je nutné vykonať štruktúrnú analýzu a popísať vzťahy v skúmanom poli, niekedy sa ale situácia zjednodušuje predpokladom lineárneho semivariogramu. Metóda nezachováva pôvodné hodnoty, ale uskutoční ich vyhladenie (aproximačná metóda). Pre túto metódu sú najvýznamnejšími parametrami, ktoré možno nastaviť Variogram Model, Drift Type, Nugget Effect a parameter anizotropie. Variogram Model matematicky špecifikuje priestorovú variabilitu údajového súboru a výslednej pravidelnej siete údajov. Význam Drift Type spočíva predovšetkým v tých prípadoch, keď je potrebné interpolovať dáta v určitých lokalitách s chýbajúcimi údajmi. Parameter Nugget Effect môžeme využiť ak očakávame potenciálne chyby v údajovej množine. [3]

Predpokladaná hodnota neznámej veličiny môže byť zapísaná ako

$$f(z) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i) \quad (2)$$

kde $f(x_i)$ je meraná hodnota v i -tom bode, λ_i je neznáma váha meranej hodnoty v i -tom bode,

z je predpokladaná hodnota, n je počet meraných hodnôt.

Interpolovaný povrch je tvorený z troch zložiek:

- driftom – predstavuje všeobecný tvar povrchu, ktorý závisí od zmeny súradníc,
- regionalizovanou premennou – kolísanie vyjadrujúce priestorovú koreláciu,
- náhodné šumy – sú to odchýlky, ktoré nie sú priestorovo korelované a nie je možné ich spočítať. [3]

Metóda minimálnej krivosti

Táto metóda odhaduje neznáme hodnoty použitím matematických funkcií. Metóda je založená na dvoch podmienkach – predpokladaná matematická funkcia imituje tenký flexibilný povrch prechádzajúci presne meranými bodmi (exaktný) s minimálnou krivosťou. Algoritmus regularizovaného splinu vytvára viac vyhladený povrch, ktorý sa postupne mení k hodnotám,



ktoré ležia mimo známe vstupné body, zatiaľ čo algoritmus spline s tenziou vytvára povrch, ktorý je menej vyhladený, hodnotami vstupných bodov sú viac ovplyvnené menšie oblasti v ich okolí.

Funkcia spline sa zapisuje nasledujúcim vzorcom:

$$S(s) = T(s) + \sum_{i=1}^n \lambda_i R(r_i) \quad (3)$$

kde $T(s)$ je polynommická funkcia, λ_i sú neznáme koeficienty meraných bodov, $R(r_i)$ je radiálna základna funkcia (radial basis function) závislá na vzdialenosti r_i , r_i je vzdialenosť medzi bodom $s=f(x,y)$ a i -tým meraným bodom, n je počet meraných bodov. Funkcie $T(s)$ a $R(r_i)$ sú volené rôzne podľa typu metódy spline.

Metóda inverzných vzdialeností - IDW

Je to deterministická metóda, na jej výpočet sa používa vážený lineárny priemer. Váha, ktorá sa používa pri výpočte je recipročná hodnota vzdialenosti merania od lokálneho odhadu s mocninou p .

Rovnica najjednoduchšej formy metódy IDW vyzerá nasledovne [7] :

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f_i \quad (4)$$

pričom n je počet nameraných bodov, f_i je hodnota premennej v nameranom bode a w_i je váha.

Klasická rovnica pre výpočet váh má tvar:

$$w_i = \frac{h_i^{-p}}{\sum_{j=1}^n h_j^{-p}} \quad (5)$$

Kde p je mocninový koeficient váhy a h_i je vzdialenosť medzi nameranými a interpolovanými bodmi.

Vzdialenosť sa potom vypočítava:

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (6)$$

Kde súradnice x, y sú súradnice odhadovaných bodov a súradnice x_i a y_i sú súradnice nameraných bodov.

Pre mocninový koeficient váhy p sa často používa hodnota 2 (potom ide o IDS –inverse distance squared), všeobecne sa odporúčajú hodnoty medzi 1 a 3. V primárnej podobe ide o exaktnú interpolačnú metódu. Zachováva minima a maxima vstupného datasetu.

Interpolovanú hodnotu získame zo vzťahu

$$z_k = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{h_i^p}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_i^p}} \quad (7)$$



Pre túto metódu všeobecne platí, že bližšie stanice majú väčšiu váhu ako stanice vo väčšej vzdialenosti od interpolovaného miesta.

Výsledky spracovania údajov

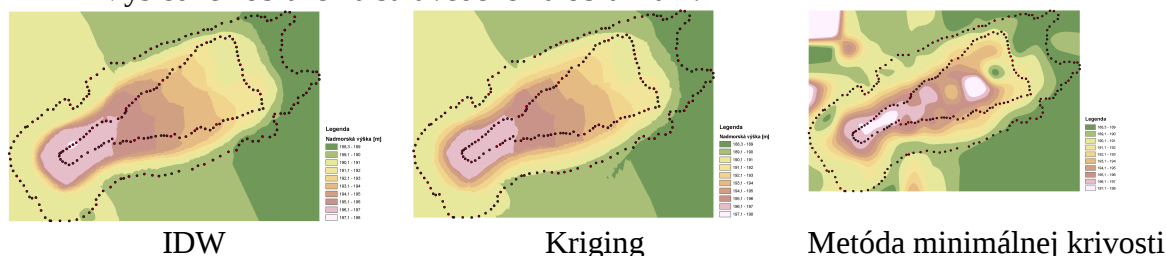
Vstupnými údajmi pre spracovanie a analýzu sú priestorové súradnice X,Y,Z 266 bodov zameraných na halde humusu. Tieto body tvoria hraničné krivky haldy a boli zamerané v lokalite Košice –okolie GNSS meraním.

V súčasnosti existuje množstvo softvérov, ktoré nám umožňujú interpoláciu dát. Pre interpoláciu metódou IDW bol vybraný program ArcGIS. Pre danú metódu bol použitý mocninový koeficient váhy 2, teda sa jedná o metódu IDS (Inverse distance square).

Pri metóde kriging sme po viacnásobnom testovaní zvolili sférický variogram, nakoľko gaussov ako aj exponenciálny nám dávali približne rovnaké výsledky.

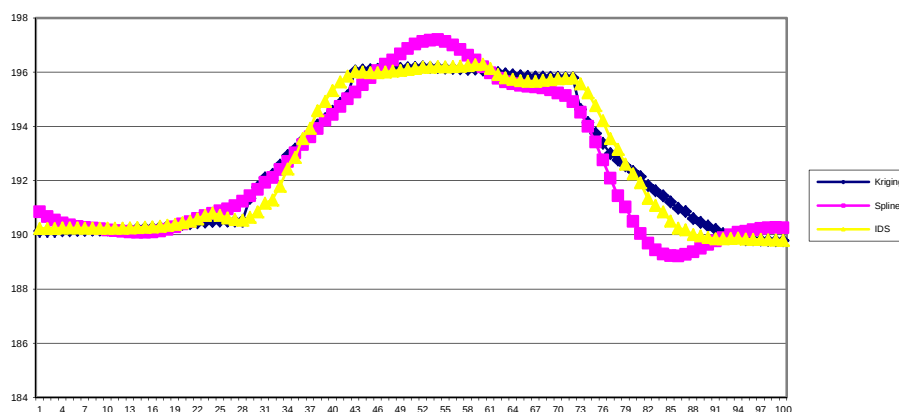
Pre porovnanie sa zvolila metóda minimálnej krivosti, ktorá poskytuje pomerne rýchly výpočet.

Výsledné zobrazenia sú uvedené na obrázku 1.



Obr. 1 Vizualizácia výsledkov interpolácie

Pre porovnanie výsledkov sú v grafe 1 zobrazené profily modelov, vytvorených pomocou jednotlivých interpolačných metód.



Graf 1 Porovnanie profilov jednotlivých interpolačných metód

Záver

Základným aspektom analýzy modelov je matematická formulácia posudzovaných relevantných procesov prebiehajúcich na reálnom objekte. Je potrebné si uvedomiť, že výsledky vygenerované, zobrazované v mapovom podklade, popřípadě v priestore a používané pre ďalšie úlohy sú v značnej miere závislé od podkladov, resp. metód pozorovania



reálneho objektu a ich interpretácie ako aj metód interpolácie získaných dát, na základe ktorých bol model vyhotovený. Závěry prezentované v príspevku poukazujú na rozdielnosť výsledku použitých interpolačných metód, čo zdôrazňuje význam výberu akceptovateľnej interpolačnej metódy z hľadiska jej vplyvu na presnosť modelov a následných aplikácií.

Literatúra

- [1] Hebák, P. a kol.: Vícerozměrné statistické metody (1), Informatorium Praha 2007, 250 s., ISBN 978-80-733-056-9,
- [2] Linkeová, I.: Základy počítačového modelování křivek a ploch. Praha. Skriptum ČVUT v Praze. 2008,
- [3] Brunčák P.: Tvorba DMR z hľadiska rôznych interpolačných metód, Juniorstav 2011[online].[cit. 2012 -09-18] Dostupné na internete: <http://www.fce.vutbr.cz/veda/JUNIORSTAV2011/pdf/6.2/Bruncak_Peter_CL.pdf>,
- [4] Ježek, J. a kol.: Geostatistika: metody prostorových interpolací, Kriging. ÚAMVT, PřF UK Praha učební texty, 2008,
- [5] Burrough, P., McDonnell, R., 1998. Principles of Geographical Information Systems. Oxford University Press, New York, USA, 336 p., ISBN: 0-19-823365-5,
- [6] Horák J.: Zpracování dat v GIS, Skriptá VŠB -TU Ostrava, 2011,
- [7] Shepard, D.: A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data. Proceedings of the 1968 ACM National Conference. pp. 517–524,
- [8] Vizi, L., Hlásny, T.: Priestorové interpolácie. In: Hlásny, T.: Geografické informačné systémy – Priestorové analýzy. Zvolen: Zephyros & Národné lesnícke centrum – Lesnícky výskumný ústav Zvolen, 2007.

Kontakt

Ing. Jana Sabolová, Ústav Geodézie, kartografie a GIS, Fakulta BERG, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 045 01 Košice, jana.sabolova@tuke.sk,

Doc. Ing. Žofia Kuzevičová, PhD. Ústav Geodézie, kartografie a GIS, Fakulta BERG, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 045 01 Košice, zofia.kuzevicova@tuke.sk,

Ing. Marcela Gergel'ová, PhD. Ústav Geodézie, kartografie a GIS, Fakulta BERG, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 045 01 Košice, marcela.gergelova@tuke.sk,

Doc. Ing. Štefan Kuzevič, PhD. Podnikania a manažmentu, Fakulta BERG, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 045 01 Košice, stefan.kuzevic@tuke.sk,

Ing. Jana Palková, Ústav Geodézie, kartografie a GIS, Fakulta BERG, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 045 01 Košice, jana.palkova@tuke.sk.