



PRINCÍPY PETRIHO SIETE AKO NÁSTROJA PRE MODELOVANIE VNÚTROPODNIKOVÝCH PROCESOV

PRINCIPLES OF PETRI NETS AS POSSIBLE TOOL FOR MODELLING INTERNAL PROCESSES

Peter TREBUŇA - Mikuláš GRABAN

Abstract

The idea of Petri nets is to represent states of the subsystems separately. It can therefore be very effective model of distributed system activity. Many features, such as synchronization, parallelism, etc. may be very well represented and analyzed just using Petri nets. Petri nets can be used not only for modeling behavior, but also in the design of their management.

Key words: modelling, Petri nets, structures, syntesis.

Úvod

Petriho siete sú pomenované podľa nemeckého matematika C. A. Petriho, ktorý navrhol ako prvý model tohto typu. Petriho sieť je graf pozostávajúci z vrchov, prechodov a usmernených hrán. Vrcholy a prechody tvoria uzly grafu. Hrany spájajú vrcholy a prechody.

- Vrcholy $P(P_1, P_2, \dots, P_n)$
- Prechody $T(t_1, t_2, \dots, t_n)$
- Stavy $M(M_0, M_1, \dots, M_n)$

Prechod iniciuje udalosť (zobrazuje dynamickú vlastnosť väzby), t.j. funkcie schopnosť systému zmeniť svoj stav z počiatočného stavu M_0 na M_1 [6].

Definícia Petriho sieti

Z hľadiska teórie grafov je Petriho sieť orientovaný bipartitný ohodnotený jednoduchý graf [1]. Základnými nosnými prvkami Petriho sieti sú krúžky, ktoré sa nazývajú *miesta* a zvisle úsečky ktoré nazývame *prechody*, tie nám spájajú jednotlivé udalosti v systéme. Prechody a miesta sú pospájané do grafu orientovanými úsečkami nazývanými hrany. Miesta v Petriho sieti reprezentujú stavy, alebo podmienky.

Miesta a hrany môžu mať kapacitu a váhy. Kapacita (Capacity), je definovaná pre všetky miesta v sieti, udáva maximálny počet tzv. značiek (Tokens), ktoré môžu dané miesto obsahovať. Pokiaľ miesto nemá ohodnotenú kapacitu, považuje sa jeho kapacita za neobmedzenú. [5].

Kapacita j neobmedzená

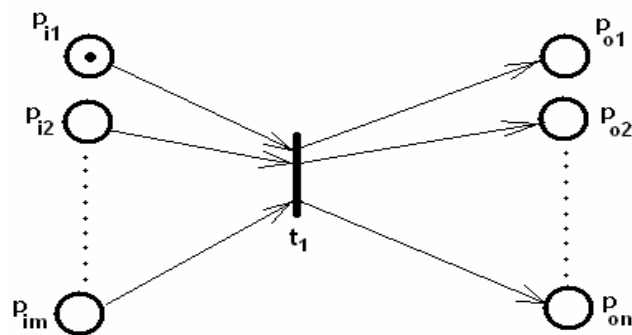


Váhy (Weight), je definovaná pre všetky hrany v sieti, udáva násobnosť (mohutnosť) hrany. Pokiaľ hrana nemá ohodnotenie váhy, je jej váha rovná jednej [5].



Ak sa v mieste nachádza značka, znamená to, že podmienka je splnená. Na obr. 1 je základná konštrukcia Petriho siete.

Miesta $p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{im}$ sú vstupné miesta prechodu t_1 a miesta $p_{o1}, p_{o2}, \dots, p_{on}$ sa nazývajú výstupné miesta prechodu t_1 . [2].



$$PN = (P, T, F, B, M_0)$$

$$P \cap T = \emptyset$$

Príklad: [6]

$$P = (P_1, P_2, P_3)$$

Matica F

	t_1	t_2	t_3	t_4
P_1	2	3	0	0
P_2	0	1	0	0
P_3	0	0	1	1

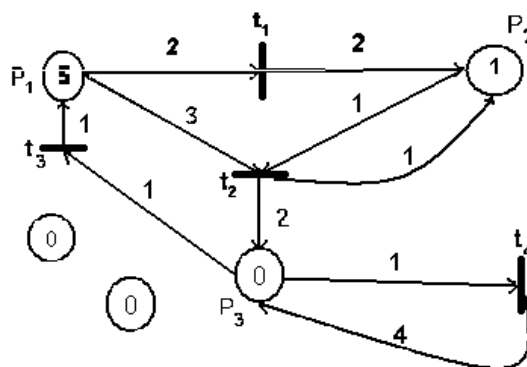
$$T = (t_1, t_2, t_3)$$

Matica B

	t_1	t_2	t_3	t_4
P_1	0	0	1	0
P_2	2	1	0	0
P_3	0	2	0	4

hodnota väzieb
pripravenosť prvku
k realizácii prechodu
 $M_0 = (5, 1, 0)$
 $P_1 = 5, P_2 = 1, P_3 = 0$

hodnota väzieb
Pripravenosť prvku prijať dôsledky prechodu

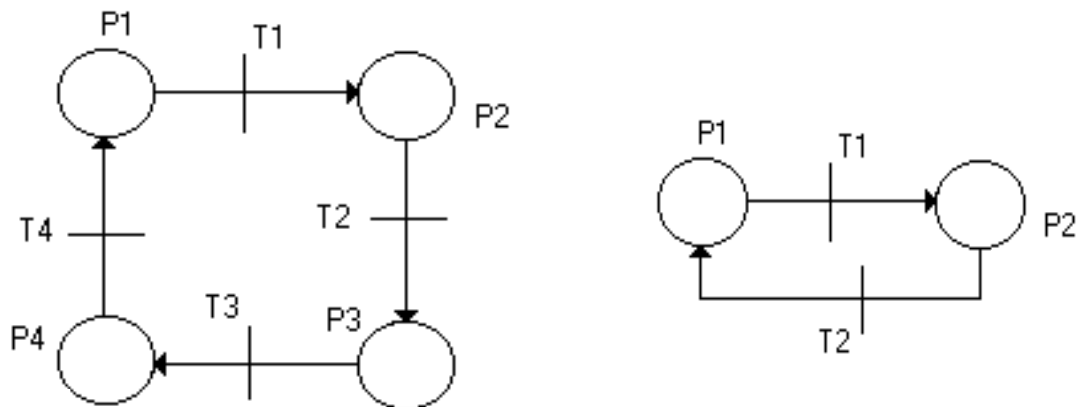


Obr.1 Základné vlastnosti Petriho sietí [4]



Autonómne a neautonómne Petriho siete berú do úvahy spôsob inicializácie prechodov a to (obr.2) :

1. voľne definované- v kvalitatívnom zmysle (napr. splnenie potrebných podmienok pre inicializáciu)
 - "ostatní" napr. pre inicializáciu prechodu sú neznáme alebo nešpecifikované
2. striktné definované- logická podmienka- udalosť
 - externá udalosť
 - časová podmienka



Obr.2 Autonómne a neautonómne siete [4]

Štruktúry v Petriho sieťach sú uvedené v tab.1.

Tab.1 Štruktúry v Petriho sieťach [4]

Štruktúra	Môže obsahovať	Nemôže obsahovať
Stavový graf		
Graf udalosti		
Bezkonfliktní		



Voľný výber		
Jednoduchá		
Čistá		nečisté miesta P ₃ , P ₄ nečisté prechody T ₃ , T ₄

Matematická definícia Petriho sietí

Petriho sieť je päťica $N = (P; T; pre; post; M_0)$ kde:

- $P = p_1, p_2, \dots, p_m$ konečná množina miest,
- $T = t_1, t_2, \dots, t_m$ konečná množina prechodov,
- $pre = P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ násobnosť vstupných hrán,
- $post = T \times P \rightarrow \mathbb{N}$ násobnosť výstupných hrán,
- $M_0 : P \rightarrow \mathbb{N}$ počiatočné označenie. [10]

Pravidlo prechodu

1. Aktivácia prechodu - ak je dostatok tokenov vo vstupných miestach podľa podmienok na hranách.
2. Aktivovaný prechod sa môže alebo nemusí vykonať.
3. Vykonanie prechodu odstráni značky zo vstupných miest a pridá značky do výstupných miest. [3]

Značenie

1. Značenie miesta - počet tokenov v mieste.
2. Značenie celej siete - vektor značení miest.
3. Počiatočné značkovanie - značenie na začiatku simulácie siete [3].

Podtriedy Petriho siete [10]

1. *Obyčajná (ordinary) PS*
 - Všetky hrany majú váhu 1
 - Majú rovnakú dôležitosť pre modelovanie ako obecné PS, rozdiel je v efektívnosti
2. *Stavový automat (state machine, SM)*
 - Každý prechod má jedno vstupné a jedno výstupné miesto
3. *Označovaný graf (marked graph, MG)*
 - Každé miesto má jeden vstupný a jeden výstupný prechod



4. *Free-choice PS (FC)*

- Každá výstupná hrana z miesta je buď jediná (unique) hrana z daného miesta alebo je jedinou vstupnou hranou do nejakého prechodu.

5. *Rozšírené free-choice PS (EFC)*

- Ak majú dve miesta spoločný výstupný prechod, potom všetky majú výstupný prechod spoločný.

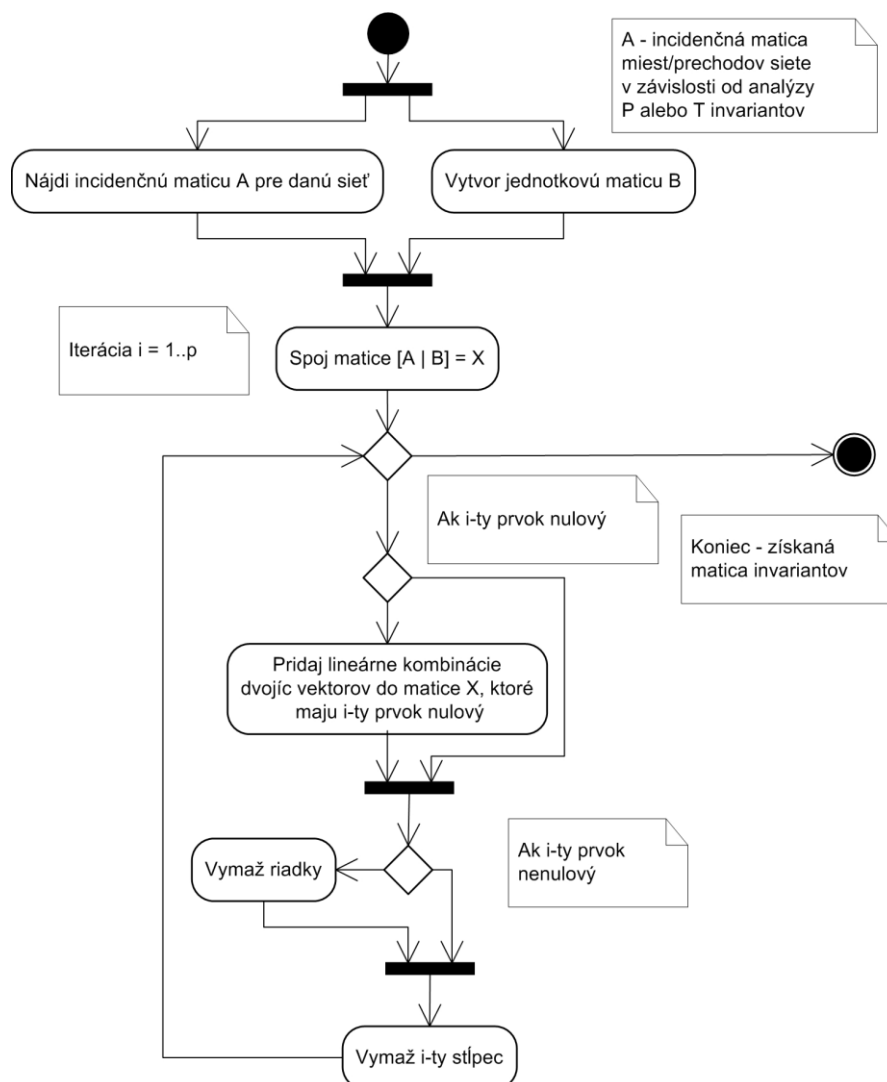
6. *Asymmetric choice (simple) PS (AC)*

- Ak majú dve miesta spoločný výstupný prechod, potom jedno z nich má všetky výstupné prechody toho druhého (a môže ich mať viac).

Syntéza Petriho sietí sa delí na dve skupiny a to na syntézu sekvenčnú a nesequenčnú.

1. *Nesequenčná syntéza* vychádza z prechodov zadaného správania.

Diagram Silva-Martinez algoritmu je uvedený na obr.3.



Obr. 3 Diagram Silva-Martinez algoritmu

Partial Language (Čiastočný jazyk) je tvorený množinou čiastočných usporiadaní [3].



Konštrukcia Petriho siete

Každé značenie v takomto jazyku čiastočných usporiadaní zobrazuje prechod v Petriho sieti. Petriho siete sú tvorené z takýchto prechodov produkuje akékoľvek správanie. Takéto správanie je potrebné obmedziť pridaním ďalších miest (feasible place). Riešenie existuje len vtedy, ak partial language nájdennej siete je rovnaké s vychádzim jazykom.

Nájdenie všetkých miest predstavuje nájdenie regiónov. Je potrebné rozšíriť pôvodný jazyk o počiatočnú udalosť, ktorá predstavuje počiatočné značkovanie hľadanej Petriho siete a konečné udalosti, ktoré predstavujú konečné značkovania v Petriho sieti. Platí, že ak idú po sebe dve udalosti za sebou je medzi nimi miesto. Ďalej musí platiť, že rovnako označené udalosti musia mať zhodný intoken a outtoken flow a v každom lpo ($lpo = (V; <; l)$), $lpo0 = (V\ 0; <0; l0)$) musí byť rovnaký initial flow [3].

$$(IN) : l(v) \rightarrow l'(v') \quad In_{lpo}(v; r) = In'_{lpo}(v'; r) \quad [7]$$

$$(OUT) : l(v) \rightarrow l'(v') \quad Out_{lpo}(v; r) = Out'_{lpo}(v'; r) \quad [8]$$

Región je potom funkcia $r : E_L^* \rightarrow N_0$ ktorá spĺňa kritéria (IN) a (OUT). E_L^* predstavuje rozšírenie $EL = U_{(v; <; l) \in EL} <$. [3]. Výpočet daných regiónov nám znázorňuje riešenie matice:

$$AL * x = 0 \quad [9]$$

Pričom jednotlivé riadky matice A_L predstavujú kritériá (IN) a (OUT) pre prechody v jazyku L. Hľadáme všetky nezáporné riešenia. Úlohu môžeme premieňať na riešenie sústavy (3)

$$\begin{aligned} AL * x &\leq 0 \\ -AL * x &\leq 0 \\ -x &\leq 0 \end{aligned} \quad [10]$$

2. Sekvenčná syntéza vychádza z množiny nasledovného správania definovaného sekvenciami. Tie následné predstavujú postupné spúšťanie prechodov Petriho siete.

Metódy

- Metóda konečnej bázy prípustných miest.
- Metóda nesprávnych postupností.
- Metóda token flow. [3]

Metóda nesprávnych postupností. Z vybraných sekvencií sa následne zostrojí zoznam povolených sekvencií. Následne sa vyberú všetky nepovolené sekvencie.

$$\text{Zostavenie nerovnic } p = t - t_1 + t'_1 - t_2 + t'_2 - \dots - t_{n-1} + t'_{n-1} - t_n + t' \quad [2]$$

Premenná t_i predstavuje počet tokenov, ktoré skonzumuje prechod i . Premenná t'_i predstavuje počet tokenov, ktoré prechod i vyprodukuje a premenná t reprezentuje počet tokenov v počiatočnom značení. [2]

Súhrn

Hlavnou myšlienkou Petriho sietí je reprezentovať stavy subsystémov separátne. Je teda možné veľmi efektívne modelovať distribuované aktivity systému. Mnohé vlastnosti, ako sú napr. synchronizácia, súbežnosť, ohraničenosť, atď. môžu byť veľmi dobre



reprezentované a analyzované práve pomocou Petriho sietí. Petriho siete možno využiť nielen pri modelovaní správania sa, ale taktiež pri návrhu ich riadenia.

Kľúčové slová

modelovanie, Petriho siete, štruktúry, syntéza

Tento článok bol vytvorený realizáciou projektu "Centrum výskumu riadenia technických, environmentálnych a humánných rizík pre trvalý rozvoj produkcie a výrobkov v strojárstve" (ITMS: 26220120060), na základe podpory operačného programu Výskum a vývoj financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja.

Použitá literatúra

- [1] HRÚZ, B., MRAFKO, L.: *Modelovanie a riadenie udalostných dynamických systémov s využitím Petriho sietí a iných nástrojov*. vydavateľstvo STU v Bratislave. ISBN 80-227-1883-1
- [2] http://www.urpi.fei.stuba.sk/files/folders/docs/284_ERTEL.pdf
- [3] http://pnt.comuf.com/download/pnt_timovy_projekt.pdf
- [4] <http://labe.felk.cvut.cz/~kosnar/sdu/data/PREDN3.DOC>
- [5] <http://pef.czu.cz/~papik/doc/ICT/petrinets.ppt>
- [6] MALINDŽÁK, D. et al.: *Modelovanie a simulácia v logistike: teória modelovania a simulácie, 1. vyd. - Košice : TU, 2009. - 182 s. - ISBN 978-80-553-0265-2.*
- [7] LORENZ, R., BERGENTHUM, R., DESEL, J., MAUSER, S.: *Synthesis of Petri Nets from Finite Partial Languages. Department of Applied Computer Science Catholic University of Eichstätt-Ingolstadt*, 2007.
- [8] DESEL, J., JUHÁS, G., LORENZ, R.: *Viptool-homepage* www.informatik.ku-eichstaett.de/projekte/vip.
- [9] JUHÁS, G., LORENZ, R.: *Towards synthesis of petri nets from scenarios*. Lecture Notes in Computer Science, strany 302–321, Springer, 2006.
- [10] www.cs.vsb.cz/markl/pn/index.html

Kontaktná adresa

doc. Ing. Peter Trebuňa, PhD.
Bc. Mikuláš Graban
Technická univerzita v Košiciach
Strojnícka fakulta
Katedra manažmentu a ekonomiky
Němcovej 32, 040 01 Košice
e-mail: peter.trebuna@tuke.sk