



# OPTIMALIZÁCIA ZÁSOb VYUŽITÍM METODY VETVENIA A MEDZI

## THE SUPPLY OPTIMALIZATION BY USING BRANCH AND BOUND METHOD

Andrea PETRIKOVÁ

---

### Abstract

The article concentrates on the optimalization of supply in company. The optimal solution is reached by using the deterministic models. In this case the optimalization problem is solved by using the branch and bound method.

**Key words:** supply, optimalization, branch and bound

---

### Úvod

Hlavnou myšlienkou stanovenia optimálnej úrovne zásob je hľadanie takej veľkosti zásob, pri ktorej podnik dosiahne minimálne náklady spojené so zásobami. Optimálne riešenie môžeme dosiahnuť použitím deterministických modelov. Na vyriešenie problému optimalizácie zásob je v nasledujúcom príklade navrhnutá metóda vetvenia a medzi (branch and bound).

### 1 CHARAKTERISTIKA METÓDY VETVENIA A MEDZI

Metóda vetvenia a medzi je v súčasnosti jednou z najefektívnejších optimalizačných modelov, ktorá sa využíva na riešenie širokej škály optimalizačných problémov. Metóda vetvenia a hraníc má všeobecne dva základné princípy: [1]

- **Princíp vetvenia.** Rozklad množiny prípustných riešení na (spravidla disjunktné) podmnožiny reprezentujúce ľahšie riešiteľné (jednoduchšie) úlohy.
- **Princíp odhadu hraníc účelovej funkcie na množine prípustných riešení a jej podmnožinách.** Odhaduje sa dolná aj horná hranica. Tieto hranice sa využívajú na „orezávanie“ neproduktívnych vetví; – pre maximalizáciu: ak horná hranica účelovej funkcie pre danú vetvu je menšia, než už nájdená dolná hranica riešenia, tak príslušná vetva nemôže priniesť riešenie – neskúma sa. [1]

### 2 VYUŽITIE METÓDY VETVENIA A MEDZI V PRÍPADE ABSOLÚTNE DETERMINOVANEJ, NEROVNOMERNEJ SPOTREBY

Cieľom nasledujúceho príkladu je určiť veľkosť objednávok takým spôsobom, aby súčet nákladov na všetky objednávky pre obdobie T bol minimálny.

**Rekurentné vzťahy:** [2], [3]

Náklady na jednu objednávku:  $C_s$ ,

Náklady na udržiavanie množstva na sklade za jednotku času:  $C_1$

množstvo uvažovanej položky zásob:  $Q_i$

veľkosť objednávok v i-tom období:

$$x_i = Q_i, x_i = Q_i + Q_{i+1}, \dots, x_i = Q_i + \dots + Q_n \quad i = 1, 2, \dots, n$$



súčet nákladov na objednávku a nákladov na udržiavanie zásob:

$$n(i,j) = C_s + C_1 \sum_{k=i}^j (t_k - t_i) Q_i \quad i = 1, 2, \dots, n, j = i, i + 1, \dots, n$$

minimálne dosiahnuté náklady na zabezpečenie nutných zásob pre krytie predpokladanej spotreby od začiatku plánovacieho obdobia až po j-te obdobie:

$$f(j) = \min_{1 \leq i \leq j} [n(i,j) + f(i-1)]$$

pričom  $f(1) = C_s$

Tab. 1 Spotreba zásob

|                                | Obdobie (i) |    |    |    |    |    |    |    | Spolu      |
|--------------------------------|-------------|----|----|----|----|----|----|----|------------|
|                                | 1           | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |            |
| <b>Začiatok i-teho obdobia</b> | 0           | 2  | 4  | 5  | 7  | 9  | 10 | 12 |            |
| <b>Veľkosť spotreby, Qi</b>    | 10          | 40 | 50 | 20 | 60 | 30 | 70 | 20 | <b>300</b> |

Náklady spojené s jednou objednávkou: 160 peňažných jednotiek.

Náklady na skladovanie jednotky množstva za 1 mesiac: 2 peňažné jednotky.

**Úloha:**

Úlohou je stanoviť optimálny počet a veľkosť jednotlivých objednávok, ak interval obstarania zásob je 5 týždňov.

Tab.2 Hodnoty  $n(i, j)$

| i \ j | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1     | 160 |     |     |     |     |     |     |     |
| 2     | 320 | 160 |     |     |     |     |     |     |
| 3     |     | 360 | 160 |     |     |     |     |     |
| 4     |     |     | 220 | 160 |     |     |     |     |
| 5     |     |     | 560 | 400 | 160 |     |     |     |
| 6     |     |     |     |     | 280 | 160 |     |     |
| 7     |     |     |     |     | 700 | 300 | 160 |     |
| 8     |     |     |     |     |     | 420 | 240 | 160 |

$$n(1,1) = 160$$

$$n(1,2) = 160 + 2(2-0) 40 = 320$$

$$n(2,2) = 160$$

$$n(2,3) = 160 + 2(4-2) 50 = 360$$

$$n(2,4) = 160 + 2((4-2) 50 + (5-2) 20) = 480$$

$$n(2,5) = 160 + 2((4-2) 50 + (5-2) 20 + (7-2) 60) = 1080$$



Hodnoty uvedené v tabuľke udávajú náklady  $n(i, j)$ . Napr. prvok  $n(3,4) = 220$ , ktorý leží na priesečníku riadku  $j = 4$  a stĺpca  $i = 3$ , znamená, že ak objednávame súčasne množstvá na krytie spotreby v treťom a štvrtom mesiaci, vzniknú nám náklady na objednávku celkového množstva a náklady na udržiavanie po dobu jedného mesiaca zásob na krytie spotreby v štvrtom mesiaci v hodnote 220 peňažných jednotiek. [33]

V každom stĺpci výpočet pokračuje pokiaľ rozdiel medzi dvoma po sebe nasledujúcimi stĺpcami neprekročí hodnotu 160. Rozdiel väčší ako 160 v dvoch po sebe nasledujúcich prvkoch toho istého stĺpca znamená, že náklady na udržiavanie zásob k uspokojeniu spotreby v príslušnom mesiaci sú vyššie než 160. Túto spotrebu je vhodnejšie pokryť novou objednávkou, ktorá príde na sklad na začiatku spotrebného obdobia. Potom pre každé obdobie vzniká maximálny časový horizont, ktorý pokryjeme iba jednou objednávkou. V tabuľke je tento fakt vyznačený podčiarknutím príslušného prvku. Napr. hodnota „220“ v treťom stĺpci znamená, že objednávka, ktorá by prišla do skladu na začiatku tretieho obdobia by bola taká veľká, že by pokryla aj spotrebu danej položky v štvrtom a piatom období a vyvolá celkové náklady vo výške 220 peňažných jednotiek.

Postupný výpočet hodnôt  $f(j)$  pre  $j = 1, 2, \dots, 8$

$$f(j) = \min_{1 \leq i \leq j} [n(i,j) + f(i-1)]$$

$$f(1) = 160$$

$$f(2) = \min \left\{ \begin{matrix} n(1,2) \\ n(2,2) + f(1) \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 320 \\ \underline{160 + 160} \end{matrix} \right\} = 320$$

$$f(3) = \min \left\{ \begin{matrix} n(2,3) + f(1) \\ m(3,3) + f(2) \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 360 + 160 \\ 160 + 320 \end{matrix} \right\} = 480$$

$$f(4) = \min \left\{ \begin{matrix} n(3,4) + f(2) \\ n(4,4) + f(3) \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 220 + 320 \\ 160 + 480 \end{matrix} \right\} = 540$$

$$f(5) = \min \left\{ \begin{matrix} n(3,5) + f(2) \\ n(4,5) + f(3) \\ n(5,5) + f(4) \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 536 + 320 \\ 400 + 480 \\ \underline{160 + 540} \end{matrix} \right\} = 700$$

$$f(6) = \min \left\{ \begin{matrix} n(5,6) + f(4) \\ n(6,6) + f(5) \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 280 + 540 \\ \underline{160 + 700} \end{matrix} \right\} = 820$$



$$f(7) = \min \begin{Bmatrix} n(5,7) + f(4) \\ n(6,7) + f(5) \\ n(7,7) + f(6) \end{Bmatrix} = \min \begin{Bmatrix} 700 + 540 \\ 300 + 700 \\ 160 + 820 \end{Bmatrix} = 980$$

$$f(8) = \min \begin{Bmatrix} n(6,8) + f(5) \\ n(7,8) + f(6) \\ n(8,8) + f(7) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 420 + 700 \\ 240 + 820 \\ 160 + 980 \end{Bmatrix} = 1060$$

Minimálne dosiahnuteľné Náklady na zabezpečenie zásob pre krytie predpokladanej spotreby nadobúdajú hodnotu  $f(8) = 1060$ .

Optimálna stratégia obstarania zásob vedie k objednávkam:

Objednáme 10 jednotiek množstva pre pokrytie spotreby v 1. období  
Objednáme 40 jednotiek množstva pre pokrytie spotreby v 2. období  
Objednáme 70 jednotiek množstva pre pokrytie spotreby v 3. a 4. období  
Objednáme 90 jednotiek množstva pre pokrytie spotreby v 5. a 6. období  
Objednáme 90 jednotiek množstva pre pokrytie spotreby v 7. a 8. období

### Súhrn

Na základe implementácie metódy Branch and Bound v prípade absolútne determinovanej, nerovnomernej spotreby bolo hlavnou úlohou vykonať optimálnu stratégiu obstarania zásob. Z uvedeného výpočtu vyplývajú minimálne dosiahnuteľné Náklady, ktoré nadobúdajú hodnotu  $f(8) = 1060$ .

**Kľúčové slová:** zásoby, optimalizácia, metóda vetvenia a medzi

*Príspevok bol vypracovaný v rámci grantového projektu VEGA č. 1/0679/08 Integrovaný systém pre inovované projektovanie, plánovanie, organizovanie a riadenie výroby.*

### Použitá literatúra

- [1] Optimalizácia [online] [citované 2010-11-04]. Dostupné na internete:  
<[http://www.kasr.elf.stuba.sk/predmety/optim/prednasky/pr11\\_10.pdf](http://www.kasr.elf.stuba.sk/predmety/optim/prednasky/pr11_10.pdf)>
- [2] Majer,P.: Moderní metody rozvrhování výroby [online] [citované 2010-02-14]. Dostupné na internete:  
< [majer.czweb.org/scheduling](http://majer.czweb.org/scheduling) >
- [3] Ekonomicko-matematický obzor 2: Československá akademie věd, Praha 1-Nové Město, 1968, 143 – 152 s.

### Kontaktná adresa

Ing. Andrea Petriková  
TU, Strojnícka fakulta,  
Katedra manažmentu a ekonomiky,  
Němcovej 32, 040 01 Košice,  
e-mail: [andrea.petrikova@tuke.sk](mailto:andrea.petrikova@tuke.sk)