



MODELÝ VÝPOČTU PRACOVNÝCH ZÓN VÝSTAVBOVÝCH PRVKOV MONTÁŽNYCH SYSTÉMOV

MODELS OF WORK ZONES CONSTRUCTION ELEMENTS CALCULATION OF ASSEMBLY SYSTEMS

Gabriela IŽARIKOVÁ

Abstract

The aim of this article is the optimization of the spatial relationships the construction elements of assembly systems. Mathematical descriptions of spatial and functional areas are important contributors to zonal problems. Models enable to minimize the assembly area, costs, elimination of dead areas and high degree of overlap the technological and manipulation zones for construction equipment

Key words: assembly systems, functional and spatial zones, mathematical methods, construction elements of assembly systems

Matematické modelovanie priestorov a zón výstavbových prvkov montážnych systémov

Pri projektovaní montážnych systémov dôležitou etapou riešenia je optimalizácia funkčných a priestorových vzťahov zoskupovaných montážnych prostriedkov. Táto etapa projektovej činnosti vyúsťuje do priestorového riešenia a je zaznamenaná v projektovej dokumentácii.

Z analýzy súčasných prístupov k popisu priestorov a zón vyplýva pomerne veľká nejednotnosť. Väčšina popisov má formálny charakter a pre projektovanie je prakticky len málo využiteľná. Pre praktické potreby sú potrebné exaktnejšie popisy, využívajúce matematické a iné princípy, aplikovateľné najmä pri automatizácii projektovania.

Vo všeobecnosti je možné zónu popísať v celom jej objeme (v priestore) alebo v skúmanom reze. Využitím tohto prístupu sa celá úloha redukuje na popis plôch ohraničených krivkami. Pri výstavbových prvkoch tvar zóny závisí od ich kinematickej schémy a vlastnej konštrukcie [13].

Po vhodnej voľbe polohy súradnicového systému (závisí na konkrétnom prípade) sa určia rovnice kriviek ohraničujúce zónu a samotná zóna sa potom vyjadří ako množina bodov ohraničená týmito krivkami. Obecný zápis týmto spôsobom popisovanej zóny je nasledovný:

$z = \{ (x, y) : f(x_1) \wedge f(x_2) \wedge \dots \wedge f(x_i) \}$, kde

x, y - súradnice bodov zóny výstavbového prvku vo zvolenom súradnicovom systéme

$f(x_i)$ - relácie medzi x a y , vyjadrujúce tvar kriviek ohraničujúcich zónu

i - počet kriviek, ohraničujúcich zónu

Nech prvky X, Y, Z matice M sú funkciou tvaru zóny. Keď sa popis uskutočňuje v rovine, matice sú riadkové, dvojprvkové, v priestore sú matice trojprvkové. Prvok X vyjadruje hodnotu na osi x , Y vyjadruje hodnotu na osi y a Z vyjadruje hodnotu na osi z . Rozdielom



dvoch matíc $M = M_2 - M_1$, pričom $M_2 = (X_2, Y_2)$ a $M_1 = (X_1, Y_1)$ sa získava matica typu $M = (X_{2-1}, Y_{2-1})$, ktorej prvky sú hraničné čiary zóny. Plochu je možné vyjadriť súčinom prvkov matice $M_z = X_{2-1} \cdot Y_{2-1}$.

Zónu je možné popísať aj na základe karteziánskeho súčinu množín. V aplikovanej geometrii ide o dvojicu súradníc bodu v rovine. Ak a, b sú dva prvky, potom usporiadanou dvojicou $[a, b]$ týchto prvkov je množina, ktorej prvkami sú množiny $\{a\}, \{a, b\}$. Teda ak $a \neq b$, potom $[a, b]$ je dvojprvková množina, (t.j. množina pozostávajúca z dvoch rôznych prvkov), ak $a = b$, potom $[a, b]$ je množina, ktorej jediným prvkom je množina $\{a\}$, a je prvým členom tejto dvojice a b druhým členom tejto dvojice. Potom karteziánskym súčinom $A \times B$ množín A, B je množina všetkých usporiadaných dvojíc $[a, b]$, že $a \in A \wedge b \in B$, (t.j. a je z množiny A a b je z množiny B).

Význam množinového popisu zón ako aj matematického modelu na tejto báze je v jeho jednoduchosti. Takýmto spôsobom je možné popísať nielen pracovné zóny výstavbových prvkov montážnych systémov, ale aj zóny infraštruktúrálnej podpory a jej prvkov.

Ďalšia matematická metóda aplikovateľná pri popise zón je založená na využívaní dvojného, resp. trojného integrálu. Nech zóna M_z je oblasť integrovania, potom dvojným

integrálom cez oblasť M_z je vyjadrená veľkosť plochy zóny:
$$P = \iint_{M_z} dx dy = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} dx dy.$$

M_z - je oblasť integrovania, dx, dy - sú elementárne úseky na jednotlivých osiach,

y_2, y_1, x_2, x_1 - sú hranice integrovania : $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2$

Význam použitia integrálov pri popise zón je v ich vhodnosti pre popis obecných plôch. Takýto popis sa najčastejšie používa pri prvkoch pracujúcich v inej súradnicovej sústave ako v pravouhlej. Ak oblasť integrovania je zóna (v rovine) výstavbového prvku, daná v pravouhlom súradnicovom systéme, platí: $M_z : x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2$.

Keď oblasť integrovania D je definovaná v polárnych súradniciach $[\rho, \varphi]$, potom určenie veľkosti plochy sa môže previesť pomocou polárnych súradníc (obr. 4.2.5):

$$P = \iint_D dx dy = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} dx dy = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho d\rho d\varphi,$$

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, f(x, y) = f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi), 0 \leq \rho \leq \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

Nech zóna M_z je oblasť integrovania, potom trojným integrálom cez oblasť M_z je

$$\text{vyjadrený objem zóny: } V = \iiint_{M_z} dx dy dz = \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} dx dy dz.$$

M_z - je oblasť integrovania, dx, dy, dz - sú elementárne úseky na jednotlivých osiach,

$z_2, z_1, y_2, y_1, x_2, x_1$ - sú hranice integrovania: $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2, z_1 \leq z \leq z_2$

Pri prvkoch pracujúcich v inej súradnicovej sústave ako v pravouhlej, je možné využiť transformácie do cylindrických alebo do sférických súradníc.

Ak oblasť integrovania je zóna výstavbového prvku (napr. robota), daná v pravouhlom súradnicovom systéme, platí: $M_z : x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2, z_1 \leq z \leq z_2$

Keď oblasť integrovania D je definovaná v cylindrických súradniciach $[\rho, \varphi, z]$:

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, z = z, f(x, y, z) = f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z)$$

$$0 \leq \rho \leq \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, -\infty \leq z \leq \infty$$



potom pre objem vyjadrený pomocou cylindrických súradníc platí:

$$V = \iiint_D dx dy dz = \int_{z_1}^{z_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho d\rho d\varphi dz.$$

Ked' oblasť integrovania D je definovaná v sférických súradniciach $/\rho, \varphi, \vartheta/$:
 $x = \rho \cos \varphi \cos \vartheta, y = \rho \sin \varphi \cos \vartheta, z = \rho \sin \vartheta,$

$$f(x, y, z) = f(\rho \cos \varphi \cos \vartheta, \rho \sin \varphi \cos \vartheta, \rho \sin \vartheta), \quad 0 \leq \rho \leq \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, -\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}$$

potom pre objem vyjadrený pomocou sférických súradníc platí:

$$V = \iiint_D dx dy dz = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho^2 \cos \vartheta d\rho d\varphi d\vartheta.$$

Pri projektovaní sa od analýzy zón jednotlivých výstavbových prvkov montážneho systému prechádza k následnej syntéze zón. Syntéza manipulačných a technologických zón je dôležitá z hľadiska efektívnej funkčnej činnosti výstavbových prvkov. Medzi manipulačnými a technologickými prvkami sa musí dosiahnuť súlad ich funkčnej činnosti. Syntéza jednotlivých zón nespočíva len v určení veľkosti ich prekrytia, ale aj na stupni ich využitia. Potrebné je maximálne využitie zón pri minimalizovanej ploche zaberanej montážnym systémom.

Syntéza jednotlivých zón sa výhodne rieši graficky, s vyznačením dostupnosti a prieniku elementárnych zón. Výsledky syntézy sa využívajú pri spracovaní technologickej dispozície, ktorá jednoznačne určuje všetky prvky a ich priestorové usporiadanie.

Kvantitatívne a kvalitatívne hodnotenie syntézy zón jednotlivých výstavbových prvkov montážneho systému je možné previesť viacerými spôsobmi. Z hľadiska vyjadrenia syntézy, formou podmienok pre funkčné zabezpečenie činnosti montážneho procesu sa javí účelne využiť teóriu množín a ich relácií. Vychádza sa pritom zo základnej podmienky:

$$Z_{f(NC)} \cup Z_{f(PZ)} \subset Z_{PR}$$

Z_{PR} - efektívna pracovná zóna, v ktorej sa montuje výrobok

$Z_{f(NC)}$ - zóna obsluhy a funkčné zóny montážnych a manipulačných jednotiek

$Z_{f(PZ)}$ - zóna funkcií pomocných jednotiek

Funkčná činnosť montážneho systému je podmienená existenciou prienikov zón:

$$Z_{PR} \cap Z_{f(NC)} = \{x, x \in Z_{PR} \wedge x \in Z_{f(NC)}\} \quad Z_{PR} \cap Z_{f(PZ)} = \{x, x \in Z_{PR} \wedge x \in Z_{f(PZ)}\}$$

Dôležitým parametrom pri syntéze zón jednotlivých výstavbových prvkov je stupeň prekrytia sa technologických a manipulačných zón. Zvyšovanie stupňa prekrytia vedie k priestorovej minimalizácii montážneho systému. Pre hodnotenie je možné použiť koeficient prekrytia. Je to pomer veľkosti prekrytia technologickej a manipulačnej zóny ku veľkosti

technologickéj zóny: $K_P = \frac{P_p}{P_s}$, kde K_P - koeficient prekrytia

P_p - veľkosť prekrytia technologickej a manipulačnej zóny v skúmanom priereze

P_s - veľkosť technologickej zóny v skúmanom priereze

Hodnoty P_p a P_s sa vypočítajú pomocou dvojných integrálov. Plocha prekrytia a plocha technologickej zóny predstavujú integračné oblasti pre ich výpočet.



Popis oblasti integrovania D_1 pre výpočet P_p : $f_3(y) \leq x \leq f_2(y)$, $c \leq y \leq d$

Veľkosť P_p sa potom vypočíta podľa vzťahu: $P_p = \iint_{D_1} dx dy = \int_c^d \int_{f_3(y)}^{f_2(y)} dx dy$

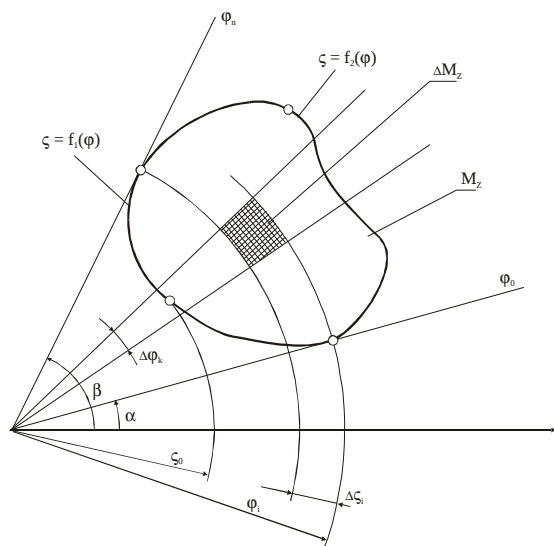
Popis oblasti integrovania D_2 pre výpočet P_s : $f_3(y) \leq x \leq f_4(y)$, $c \leq y \leq d$

Veľkosť P_s sa potom vypočíta podľa vzťahu: $P_s = \iint_{D_2} dx dy = \int_c^d \int_{f_3(y)}^{f_4(y)} dx dy$

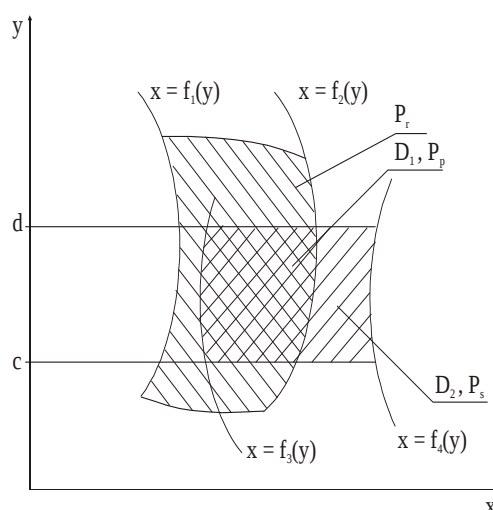
Funkcie $f_1(y)$ $f_4(y)$ vyjadrujú tvary kriviek, ktoré ohraničujú zóny.

Maximálna hodnota koeficientu prekrytia je 1. Je to vtedy, ak celý prierez technologickej zóny sa nachádza v priereze manipulačnej zóny. Tento prípad môže v praxi nastať len ojedinele, pretože veľkosť prekrytia je závislá od mnohých faktorov, ako napr. tvar a rozmery technologických a manipulačných zón. Koeficient prekrytia sa môže využiť pri hodnotení syntézy viacerých variantov riešenia.

Príklad riešenia syntézy manipulačnej a technologickej zóny je na obr.1 a obr.2.



Obr. 1 Určenie zóny pomocou polárnych súradníc



Obr. 2 Schéma syntézy manipulačnej a technologickej zóny

P_r - manipulačná zóna robota

P_p - plocha prekrytia

P_s - technologická zóna montážnej jednotky

D_1 – integračná oblasť pre výpočet P_p

D_2 – integračná oblasť pre výpočet P_s

Koeficient prekrytia nadobúda hodnoty $0 \leq k_p \leq 1$, pričom ak

$k_p = 0$ - riešenie topologických vzťahov medzi technologickými a manipulačnými prvkami je nevyhovujúce,

$k_p = 1$ - ideálny prípad riešenia montážneho systému, neexistujú tzv. mŕtve zóny.



Pri riešení zonálnych problémov je potrebné snažiť sa o minimalizáciu montážnych plôch, opravných nákladov, elimináciu mŕtvych zón a vysoký stupeň prekrytia technologických a manipulačných zón. Potrebné je taktiež zachovanie bezpečných vzdialeností a ergonomickosť zón s ľudskou obsluhou.

Súhrn

Pri projektovaní všetkých druhov pracovísk a výrobných systémov treba venovať zvýšenú pozornosť otázkam funkčných a priestorových vzťahov výstavbových prvkov a prostriedkov, ktoré vyúsťujú do spracovania dispozičného riešenia resp. priestorového riešenia. Zonálne a priestorové štúdie sú osobitne dôležité pre automatizované pracoviská a systémy, kde vzniká vysoká priestorová koncentrácia výrobných funkcií.

Kľúčové slová: montážne systémy, funkčné a priestorové zóny, matematické metódy, výstavbové prvky montážnych systémov

Príspevok bol vypracovaný v rámci grantového projektu VEGA 1/0679/08 – Integrovaný systém pre inovované projektovanie, plánovanie, organizovanie a riadenie výroby.

Použitá literatúra

- [1] BUDA, J., KOVÁČ, M.: *Metodika projektovania výrobných procesov v strojárstve*. Alfa Bratislava, 1985.
- [2] IŽARIKOVÁ, G.: *Modely pre automatizované projektovanie montážnych systémov*. diz. práca, SjF TU v Košiciach.
- [3] KOVÁČ, M., KOVÁČ, J.: *Projektovanie výrobných systémov*. SjF TU v Košiciach, 1991.
- [4] KOVÁČ, JURAJ: *Inovatívne projektovanie štruktúr výrobných systémov*. diz. práca, SjF TU v Košiciach, 2009.
- [5] OSTERTAGOVÁ, E.: *Implementácia vybraných rozhodovacích modelov do automatizovaného projektovania montážnych systémov*. Diz. práca SjF TU Košice, 2006.
- [6] PEČOVSKÁ, K.: *Modelovanie štruktúr výrobných systémov*. Dizertačná práca. SjF TU Košice, 1998.
- [7] RUDY, V.: *Metódy a techniky pre modernizáciu výrobných základne zákazníckych výrob.* diz. práca, SjF TU v Košiciach, 2001.
- [8] WARNECKE, H., J., KOŠTURIK, J., DENÁR, R., GREGOR, M., MIČIETA, B.: *Fraktálový podnik*. SLCP Žilina, 2000.
- [9] <http://www.ipa.fraunhofer.de/>

Kontaktná adresa

Mgr. Gabriela Ižáriková, PhD.
TU v Košiciach, Strojnícka fakulta
Katedra aplikovanej matematiky
Letná 9, 042 00 Košice
gabriela.izarikova@tuke.sk