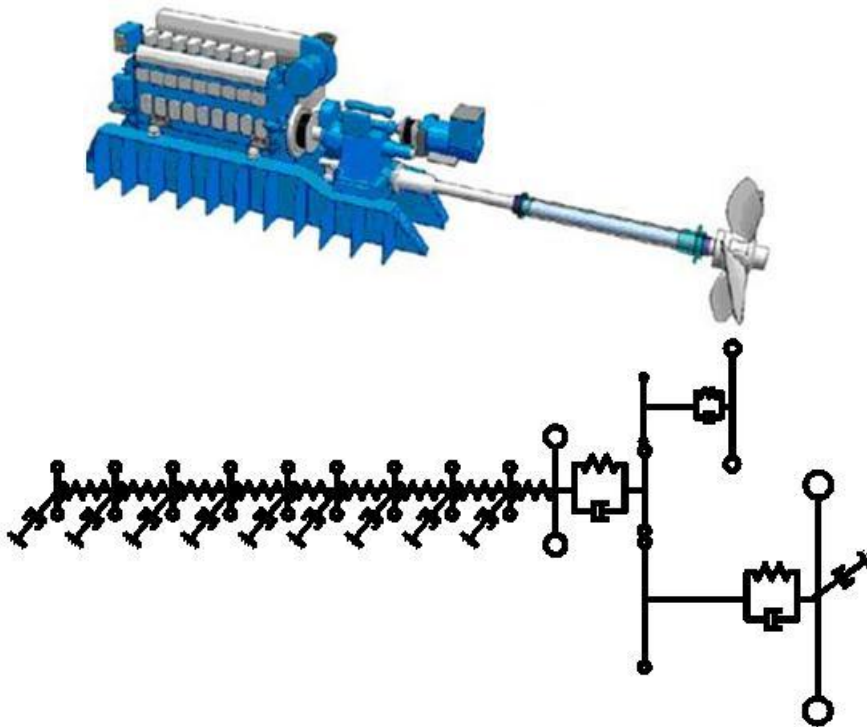




Navrhovanie hriadel'ových spojok pre mechanické sústavy

Pre zabezpečenie správneho a funkčného chodu mechanickej sústavy (pohonu), je nevyhnutné správne analyzovať všetky prevádzkové podmienky. Hlavnými časťami pohonov sú hnací stroj (pohon) – prevodovka – a hnaný stroj (spotrebič). Jednotlivé časti pohonu sú spojené prostredníctvom hriadel'ov na ktorých sa nachádzajú spojky, brzdy a iné časti strojov.



Hmotný moment zotrvačnosti kotúča:

$$I = \frac{\pi}{32} \cdot d^4 \cdot h \cdot \rho$$

Kde:

d- priemer kotúča

h- šírka kotúča

ρ - hustota materiálu kotúča

Pri vytvorení náhradnej sústavy musí platiť zákon zachovania kinetickej energie $E_{kp} = E_{kn}$.

Kinetická energia pôvodného systému:

$$E_{kp} = \frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega_p^2$$

Kinetická energia nahradného systému:

$$E_{kn} = \frac{1}{2} \cdot I_n \cdot \omega_n^2$$



Upravením:

$$\frac{1}{2} \cdot I_n \cdot \omega_n^2 = \frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega_p^2$$

Hmotný moment zotrvačnosti pre nahradný kotúč:

$$I_n = I_p \cdot \left(\frac{\omega_p}{\omega_n} \right)^2$$

Hmotné kotúče ktoré sú na spoločnom hriadeľi majú rovnakú uhlovú rýchlosť ω . V takom prípade je možné výsledný moment určiť ako súčet dielčích momentov zotrvačnosti:

$$I_{vys} = \sum I_{ni}$$

Po redukcii hmôt na hriadeľ na ktorom sa nachádza hriadeľová spojka, je možné pristúpiť k návrhu spojky. Samotný návrh spojky môžeme potom uskutočniť pomocou troch metód:

1. Určenie veľkosti spojky podľa prevádzkového súčiniteľa K .
2. Určenie veľkosti spojky z náhradnej sústavy pohonu.
3. Určenie veľkosti spojky z dynamického výpočtu pohonu.

1. Určenie veľkosti spojky podľa prevádzkového súčiniteľa K

Jedná sa o najrýchlejšiu, ale najmenej presnú výpočtovú metódu návrhu hriadeľovej spojky.

Výpočtový moment spojky sa určí:

$$M_{kv} = K \cdot M_k$$

Kde:

K – prevádzkový súčiniteľ

M_k – krútiaci moment

P – prenášaný výkon

ω – uhlová rýchlosť

n – otáčky

$$M_k = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n}$$

Súčiniteľ „ K “ sa volí podľa druhu hnacieho a hnaného stroja, okrem toho treba zohľadniť počet zopnutí spojky, a ďalších podmienok.

$$K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4$$

Kde:

K_1 – hnací stroj (0,33-1,25)

K_2 – hnaný stroj (1 – 2,5)

K_3 – súčiniteľ merného opotrebenia – pri spínacích a rozpínacích spojkách (0,1-0,43)

K_4 – súčiniteľ hustoty preklížavania trecích plôch (0,2-2)



Ak máme redukovanú mechanickú sústavu na hriadeľ spojky, a sú známe hmotné momenty zotrvačnosti „ I “ ktoré je potrebné zrýchliť „ ε “.

Môžu nastať nasledovné prípady:

1.) Zaťaženie pevnej spojky pri rozbehu „ M_{kr} “ pohonu ak vstupný moment M_{k1max} a $M_{k2} = 0$. Momentom „ M_{k1max} “ sa zrýchľujú obidve hmoty a potom pre zrýchlenie rotujúcich hmôt platí bude rázový moment:

$$M_{kr} = I_2 \cdot \varepsilon_{max} = M_{k1max} \frac{I_2}{I_1 + I_2} = K \cdot M_{kv}$$

2.) Zaťaženie pevnej spojky pri periodickom premenlivom momente ak vstupný moment M_{k1} a konštantnom momente $M_{k2} = M_{kv} = \text{konšt.}$

Prebytkom hnacieho momentu ($M_{k1max} - M_{kv}$) sa zrýchľujú obe hmoty a potom pre zrýchlenie rotujúcich hmôt platí:

$$M_{kr} = I_2 \cdot \varepsilon_{max} = (M_{k1max} - M_{kv}) \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2} = K \cdot M_{kv}$$

Maximálne zaťaženie spojky:

$$M_{kvmax} = (1 + K) \cdot M_{kv}$$

3.) Zaťaženie pevnej spojky pri periodickom premenlivom momente ak vstupný moment M_{k2} a konštantnom momente $M_{k1} = M_{kv} = \text{konšt.}$

Potom pre zrýchlenie rotujúcich hmôt platí:

$$M_{kr} = I_2 \cdot \varepsilon_{max} = (M_{k2max} - M_{kv}) \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2} = K \cdot M_{kv}$$

Maximálne zaťaženie spojky:

$$M_{kvmax} = M_{kv} + M_{kr} = (1 + K) \cdot M_{kv}$$

4.) Zaťaženie pevnej spojky pri periodickom premenlivých momentoch ak M_{k2} a M_{k1} .

Prebytkom hnacieho momentu ($M_{k1max} - M_{k2max}$) sa zrýchľujú obe hmoty a potom pre zrýchlenie rotujúcich hmôt platí:

$$M_{kr} = I_2 \cdot \varepsilon_{max} = (M_{k1max} - M_{k2max}) \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2} = K \cdot M_{kv}$$

Maximálne zaťaženie spojky:

$$M_{kvmax} = M_{kv} + M_{kr} = (1 + K) \cdot M_{kv}$$



2. Určenie veľkosti spojky z náhradnej sústavy pohonu.

Pri požití náhradnej sústavy, nahradíme skutočné rotujúce hmoty náhradnými kotúčmi a vytvoríme n-hmotovú dynamickú sústavu. Túto n- hmotovú sústavu redukuje na jednoduchší dvoj alebo troj hmotový systém. Redukciu realizujeme na hriadeľ na ktorom sa nachádza hriadeľová spojka ktorú chceme navrhovať.

Pri nahrádzaní hmôt a redukcii n- hmotového systému na jednoduchší výpočtový systém postupujeme v zmysle zákona zachovania kinetickej energie ako je uvedené v úvode tohto bloku.

Tento spôsob návrhu spojky má nasledovné limitujúce podmienky:

- Redukcia hmôt na hriadeľ na ktorom sa nachádza spojka.
- Zanedbanie vplyvu nesúosovosti riadeľov.
- Zanedbanie vplyvu skrútenia hriadeľov a pružnej spojky.
- Pružná spojka má lineárnu charakteristiku.
- V prípade trecích plôch je trecí moment rovnomerný od začiatku do konča preklzu.
- Stále zrýchlenie v prípade trecích plôch.
- Zanedbanie spomalenia hnanej strany pri rozbehu, oproti hnecej strane.
- Zanedbanie uhlových vŕli v prípade trecej spojky.

Pri akceptácii vyššie uvedených okrajových podmienok môžeme analyzovať nasledovné prevádzkové stavy:

1. Krútiaci moment pri rozbehu hnanej časti je konštantný a krútiaci moment hnanej častí je konštantný

Pre mechanicku neovládanú spojku platí:

Ak $\varphi = 0$

$$M_{kv} = M_{k2} + M_{kr} \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2}$$
$$M_{kr} = M_{k1max} - M_{k2}$$

Ak $\varphi > 0$

$$M_{kv} = M_{k2} + M_{kr} \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2} + \sqrt{2 \cdot M_{1s} \cdot \varphi \cdot k \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2}}$$
$$M_{kv} = M_{k1max} - M_{k2}$$
$$M_{1s} = \frac{1}{t_t} \cdot \int_0^{t_t} M_{k1} \cdot dt$$

Pre elektromotory $M_{1s} \leq 2 \cdot M_k$

k- torzná tuhosť spojky

t_t - čas od zapnutia hnacieho stroja po zopnutie funkčných častí spojky, ktoré zodpovedajú uhlovej vŕli φ .



Pre treciu spojku platí:

Pri maximálnom teplotnom zaťažení ak $z \leq z_t$:

$$M_{kv} = M_{k2} + \frac{10,68 \cdot I_2 \cdot n_r^2}{10^6 \cdot t_{max}}$$

ak $z_{max} > z > z_t$:

$$M_{kv} = M_{k2} + \frac{10,68 \cdot I_2 \cdot n_r^2 \cdot z}{10^6 \cdot t_{max} \cdot z_t}$$

z - počet zopnutí za hodinu

z_t - dovolený počet zopnutí za hodinu vzhľadom na teplotné zaťaženie spojky

z_{max} – najväčší dosiahnuteľný počet zopnutí za hodinu

n_r - otáčky pri ktorých môže spojka trvalo preklzavať

t_{max} – najdlhší prípustný čas preklzavania spojky (s)

$$n_r \leq \frac{t_{max} \cdot z_t}{7,2}$$

Pri danej dobe preklzu:

$$M_{kv} = M_{k2} + \frac{10,68 \cdot I_2 \cdot n_r}{10^3 \cdot t_{max}}$$

Z podmienky $z \leq z_t$:

$$t \leq t_{max} \cdot \frac{1000}{n_r}$$

Z podmienky $z_t < z < z_{max}$:

$$t \leq t_{max} \cdot \frac{1000 \cdot z_t}{n_r \cdot z}$$

2. Krútiaci moment hnacej časti je periodický premenný a krútiaci moment hnanej častí je konštantný

Pre mechanicku neovládanú spojku platí:

$$M_{kv} = M_{k2} + M_{kr} \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2}$$
$$M_{kr} = M_{k1max} - M_{k2}$$

Ak $\varphi > 0$



$$M_{k1} > -M_{k2} \cdot \frac{I_1}{I_2}$$

Pre trečiu spojku platí:

$$M_{kv} = M_{k2} + M_{kr} \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2}$$
$$M_{kr} = M_{k1max} - M_{k2}$$

3. Krútiaci moment hnacej časti je konštantný a krútiaci moment hnanej časti je premenlivý

Pre mechanicku neovládanú spojku platí:

$$M_{kv} = M_{k1} + M_{kr} \cdot \frac{I_1}{I_1 + I_2}$$
$$M_{kr} = M_{k2max} - M_{k1}$$

Ak $\varphi > 0$

$$M_{k2} > -M_{k1} \cdot \frac{I_2}{I_1}$$

Pre trečiu spojku platí:

$$M_{kv} = M_{k1} + M_{kr} \cdot \frac{I_1}{I_1 + I_2}$$
$$M_{kr} = M_{k2max} - M_{k1}$$

4. Krútiaci moment hnacej časti aj krútiaci moment hnanej časti je premenlivý

Pre mechanicku neovládanú spojku aj pre trečiu spojku platí:

Rozhoduje väčší moment M_{kv}

$$M_{kv} = M_{k2} + M_{kr} \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2}$$
$$M_{kr} = M_{k1max} - M_{k2max}$$
$$M_{kv} = M_{k1} + M_{kr} \cdot \frac{I_1}{I_1 + I_2}$$
$$M_{kr} = M_{k2max} - M_{k1max}$$

Ak $\varphi > 0$



$$M_{k1} > -M_{k2min} \cdot \frac{I_1}{I_2}$$
$$M_{k2} > -M_{k2min} \cdot \frac{I_2}{I_1}$$

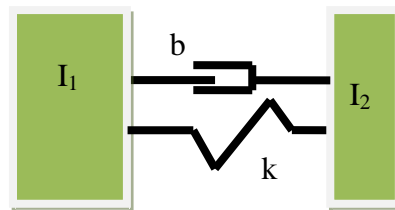
3. Určenie veľkosti spojky z dynamického výpočtu pohonu.

Táto metóda je najpresnejším spôsobom návrhu hriadeľovej spojky. Je nevyhnutné poznať detailné parametre všetkých častí pohonu, ich hmotné momenty zotrvačnosti, tuhosti a pod. Predovšetkým je nutné poznať druh hnacieho aj hnaného zariadenia, jeho výkonové charakteristiky, otáčky, a pod. Pre spojku je nevyhnutné poznať torznú tuhosť spojky, jej tlmenie a ďalšie parametre.

Aj táto metóda je založená na redukcii n- hmotovej sústavy na jednoduchší dvoj alebo troj-hmotový systém. Redukciu realizujeme na hriadeľ na ktorom sa nachádza hriadeľová spojka ktorú chceme navrhovať. Presnejšie riešenie dosiahneme pri redukcii na trojhmotový systém, ale výpočet je náročnejší. Preto sa v praxi viac využíva dvojhmotový výpočtový systém.

Dvojhmotový tlmený systém:

Pre dvojhmotový tlmený systém na obr môžeme napísať pohybové rovnice v tvare:



$$I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + b \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = M_{ki} \cdot \sin(i \cdot \omega \cdot t)$$
$$I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + b \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + k \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = 0$$

Riešením diferenciálnych rovníc dostaneme vlastnú frekvenciu systému v tvare:

$$\Omega = \sqrt{k \cdot \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)}$$

K rezonancii dôjde ak bude platiť:

$$\Omega = \omega \cdot i$$

Hodnota dynamickej zložky krútiaceho momentu:



$$M_{kd} = \sum M_{ki} \cdot \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{i \cdot \omega}{\Omega}\right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \xi}{\Omega}\right)^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{i \cdot \omega}{\Omega}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{i \cdot \omega}{\Omega}\right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \xi}{\Omega}\right)^2}}$$

kde:

$$2 \cdot \xi = b \cdot \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)$$

Výpočtový moment spojky:

$$M_{kv} = M_{kst} + M_{kd}$$

Dynamický moment pre dvojhmotový netlmený systém:

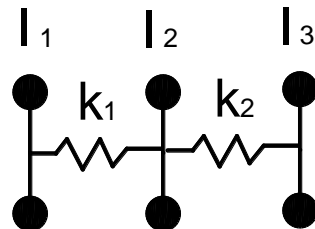
$$M_{kd} = \frac{M_{ki} \cdot I_2}{I_1 + I_2} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{i \cdot \omega}{\Omega}\right)\right]}$$

Kde:

M_{ki} – momentová amplitúda harmonickej zložky i -tého rádu

Dynamický moment pre trojhmotový netlmený systém:

Podobne ako pre dvojhmotovú sústavu je možné aj pre trojhmotovú netlmenú sústavu Obr., napísať pohybové rovnice, ktorých riešením dostaneme frekvenciu vlastných kmitov rovnica.



Obr. Trojhmotová sústava



$$\Omega_{1,2}^2 = \frac{k_1 \cdot \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) + k_2 \cdot \left(\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_1 \cdot \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) + k_2 \cdot \left(\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right)}{2} \right)^2 - k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 \cdot I_2 \cdot I_3}}$$

Kde:

I_1, I_2, I_3 – hmotné momenty zotrvačnosti

k_1, k_2 – tuhosť spájajúca hmoty

Najnebezpečnejšou oblasťou spôsobujúcou poruchy je oblasť rezonancií. Rezonancia nastáva v prípade ak sa vlastná frekvencia Ω_0 rovná budiacej frekvencii ω od i -tej harmonickej zložky.