



## Hriadele -pokračovanie

### d.) Kontrolu kmitania a kritických otáčok hriadeľa

Ako sme mohli vidieť v predchádzajúcom, reálne hriadele sa vyznačujú určitou tuhosťou a v spojení s hmotnými kotúčmi umiestnenými na hriadeľi (ozubené kolesá, remenice, príruby atď.) sú schopné kmitať. Podľa spôsobu kmitania je možné u hriadeľom sledovať kmitanie:

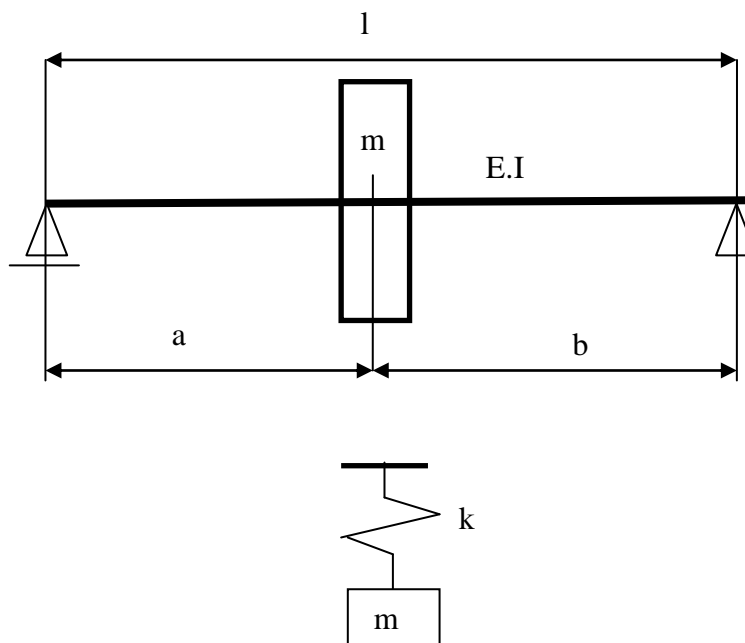
1. Ohybové
2. Kríživé
3. Torzné

Vplyvom jednorazového impulzu sa hriadeľ rozkmitá vlastnou frekvenciou ktorú označujeme  $\Omega$ . Ak však na hriadeľ pôsobia periodické budiace impulzy ktorých frekvencia je  $\omega$ , tak tieto impulzy nazývame budiacou frekvenciou. Ak sa hodnota budiacej frekvencie rovná hodnote vlastnej frekvencie  $\omega = \Omega$  nastane stav ktorému hovoríme rezonancia. Stav rezonancie je veľmi nebezpečným stavom, lebo spôsobuje rezonančné zosilnenie budenia ktoré sa prejaví nadmerným zaťažením a mnohokrát vedie toto nadmerné zaťaženie k poruche hriadeľa. Z tohto dôvodu sa odporúča aby hriadele pracovali v oblasti vzdialenej od rezonancie minimálne o 20%. Potom ak pomer budiacej frekvencie k vlastnej frekvencii zadefinujeme súčiniteľom naladenia  $\eta$ , tak musí platiť pre každý so spôsobov kmitania:

$$1,2 < \eta < 0,8.$$

### 1. Ohybové kmitanie

Pri ohybovom kmitaní hriadeľ kmitá v rovine priehybovej čiary. Pre výpočet vlastnej kruhovej frekvencie nehmotného hriadeľa s kotúčom o hmotnosti  $m$ , je možné urobiť náhradnú kmitajúcu sústavu a to tak, že tuhosť hriadeľa nám bude predstavovať tuhosť pružiny  $k$ , na ktorej je zavesená hmota o hmotnosti kotúča  $m$  obr.





Tuhosť náhradnej pružiny môžeme vyjadriť:

$$k = \frac{3 \cdot E \cdot I \cdot l}{a^2 \cdot b^2}$$

Potom pri zanedbaní tlmenia môžeme napísať pohybovú rovnicu v tvare:

$$m \cdot \ddot{y} + k \cdot y = 0$$

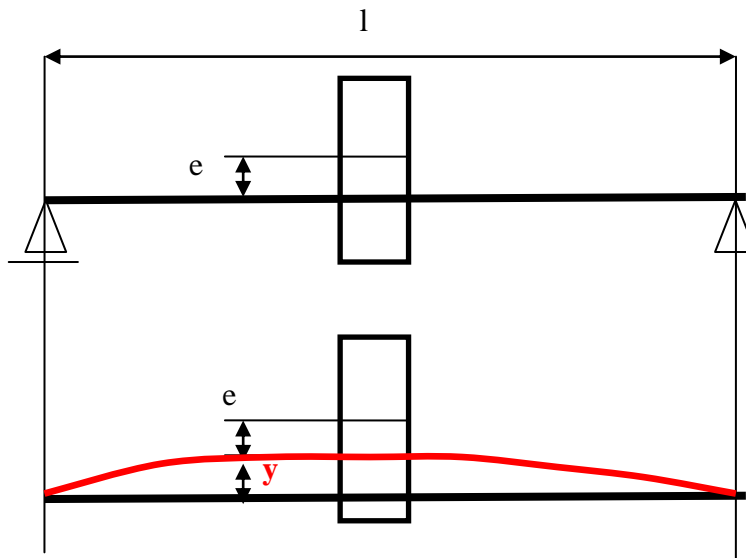
Riešením pohybovej rovnice dostaneme vzťah pre vlastnú frekvenciu hriadeľa:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Z vlastnej frekvencie je možné vyjadriť frekvenčný parameter  $\lambda = \Omega^2$ . Hodnoty frekvenčného parametra je možné vyhľadať v odporúčanej literatúre a sú závislé od spôsobu uloženia hriadeľa a od tvaru priehybovej čiary – teda od tvaru kmitu.

## 2. Krúživé kmitanie

Pri krúživom kmitaní dochádza k deformáciám hriadeľa vplyvom odstredivej sily spôsobenej od nevyváženosti hriadeľa obr.



Z podmienky silovej rovnováhy medzi vonkajšou odstredivou silou a vnútornou deformačnou silou :

$$m \cdot \omega^2 \cdot (e + y) = k \cdot y$$



Priehyb hriadeľa môžeme vyjadriť:

$$y = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{k - m \cdot \omega^2}$$

Priehybovej rovnice dostaneme vzťah pre vlastnú frekvenciu hriadeľa:

$$\omega_{kr} = \Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ak si vyjadríme závislosť pomerov  $y/e$  od  $\omega/\omega_{kr}$  tak môžeme napísať vzťah pre približnú hodnotu kritických otáčok hriadeľa resp. kritickú frekvenciu hriadeľa nasledovne:

$$\omega_{kr} = \frac{15,8}{\sqrt{y_{stat}}}$$
$$n_{kr} = \frac{946}{\sqrt{y_{stat}}}$$

Kde:

$y_{stat}$  – statický priehyb v mieste kotúča (mm)

### 3. Torzné kmitanie

Každý rotujúci systém hmotných kotúčov ktoré sú medzi sebou spojené je možné považovať za torzne kmitajúci systém. Budiaci impulz ktorý je do takéhoto systému vnášaný je zvisli od budiacej frekvencie ktorá môže mať charakter harmonickej zložky.

Každý n-hmotový torzný systém je možné za určitých predpokladov redukovať na trojhmotovú resp. dvojhmotovú torzne kmitajúcu sústavu obr.



Potom vlastnú frekvenciu pre dvojhmotovú sústavu bez tlmenia môžeme vyjadriť:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{I_{red}}}$$

Kde:

$k$  – torzná tuhosť

$I_{red}$  – redukovaný hmotný moment zotrvačnosti sústavy



$$I_{red} = \frac{I_1 \cdot I_2}{I_1 + I_2}$$

Prídavný dynamický moment vznikajúci vplyvom torzného kmitania môžeme vyjadriť:

$$M_d = \frac{M_i \cdot I_2}{I_1 + I_2} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{i \cdot \omega}{\Omega}\right)^2\right]}$$

Kde:

$M_i$  – momentová amplitúda harmonickej zložky  $i$ -tého rádu

Rezonancia nastane ak :  $i \cdot \omega = \Omega$

A maximálny moment hriadeľa bude daný súčtom statickej zložky a dynamickej zložky takto:

$$M_{max} = M + M_d$$