## TECHNICKÁ UNIVERZITA V KOŠICIACH

## STROJNÍCKA FAKULTA

## Numerická matematika v Exceli

Gabriela Ižaríková Marcela Lascsáková

Recenzovali: doc. RNDr. Blanka Baculíková, PhD. doc. RNDr. Viktor Pirč, CSc.

Autori: Mgr. Gabriela Ižaríková, PhD. Mgr. Marcela Lascsáková, PhD.

## Predhovor

Tento učebný text skrípt je určený študentom druhého ročníka bakalárského štúdia Strojníckej fakulty Technickej univerzity v Košiciach pre všetky študijné programy a tematicky je orientovaný na predmet Numerické metódy. Rovnako však môže poslúžiť aj študentom prvého ročníka inžinierskeho štúdia Strojníckej fakulty Technickej univerzity v Košiciach študijných programov Počítačová podpora strojárskej výroby a Spracovanie plastov v predmete Aplikovaná matematika.

V učebnom texte sú uvedené podstatné teoretické poznatky potrebné k riešeniu úloh, riešené príklady a úlohy na výpočet približného riešenia rovníc a sústav rovníc, aproximácie a interpolácie funkcií, približného výpočtu určitých integrálov, približného riešenia diferenciálnych rovníc a systémov diferenciálnych rovníc pomocou programov MS Excel a X(PLORE). Skriptá sú rozdelené do 5 kapitol. Každá kapitola obsahuje množstvo podrobne riešených príkladov a neriešených úloh rôznej obtiažnosti s uvedenými výsledkami. Obsah je dostatočným základom pre štúdium a úspešné absolvovanie spomínaných predmetov.

Chceli by sme sa poďakovať obom recenzentom doc. RNDr. Viktorovi Pirčovi, CSc. a doc. RNDr. Blanke Baculíkovej, PhD. za starostlivé prečítanie rukopisu a množstvo pripomienok a návrhov. Ich cenné pripomienky, rady a odporúčania prispeli ku zvýšeniu kvality tejto publikácie.

Košice, december 2016

Autori

Táto publikácia vznikla za podpory **"Kultúrnej a edukačnej grantovej agentúry Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky**" KEGA 072TUKE-4/2014.

# Obsah

	Prec	lhovor		3
Ú	vod			6
1	Prit	oližné i	riešenie rovníc	<b>21</b>
	1.1	Základ	lné pojmy a separácia koreňov rovnice	21
		1.1.1	Grafický odhad riešenia rovníc	23
	1.2	Metód	a bisekcie	27
	1.3	Iteračı	ná metóda	35
	1.4	Newto	nova metóda	42
<b>2</b>	Pril	oližné i	riešenie sústav rovníc	49
	2.1	Približ	íné riešenie sústav lineárnych rovníc	49
		2.1.1	Základné pojmy a označenia	49
		2.1.2	Jacobiho metóda	52
		2.1.3	Gauss-Seidelova metóda	61
	2.2	Približ	źné riešenie sústav nelineárnych rovníc	67
		2.2.1	Základné pojmy a označenia	67
		2.2.2	Separácia koreňov sústavy nelineárnych rovníc	67
		2.2.3	Newtonova metóda	70
3	Apr	oximá	cia funkcií	80
	3.1	Úvod		80
	3.2	Interp	olácia funkcií	81
		3.2.1	Lagrangeov interpolačný polynóm	81
		3.2.2	Newtonov interpolačný polynóm	83
	3.3	Metód	a najmenších štvorcov	86
		3.3.1	Lineárna závislosť	88
		3.3.2	Kvadratická závislosť	95
		3.3.3	Exponenciálna závislosť	97
		3.3.4	Mocninová závislosť	98
		3.3.5	Lineárizácia nelineárnych závislostí	99
<b>4</b>	Nur	nericky	ý výpočet určitých integrálov 1	04
	4.1	Úvod		.04
	4.2	Lichob	pežníková metóda	05

	$\begin{array}{c} 4.3\\ 4.4 \end{array}$	Simpsonova metóda	$\begin{array}{c} 113\\121 \end{array}$
5	Pril	bližné riešenie diferenciálnych rovníc a sústav diferenciálnych rovníc	126
	5.1	Približné riešenie diferenciálnych rovníc 1. rádu	126
		5.1.1 Úvod	126
		5.1.2 Eulerova metóda	128
		5.1.3 Metóda Runge-Kutta 4. rádu	133
	5.2	Približné riešenie sústav diferenciálnych rovníc	139
	5.3	Približné riešenie diferenciálnych rovníc 2. rádu	148
Р	oužit	á literatúra	161

## Úvod

V súčasnosti vo všetkých sférach činnosti človeka je čoraz bežnejšie širšie využitie informačných technológií. Zdokonaľujúca sa výpočtová technika a nové softvérové možnosti umožnili ďalší rozvoj aj numerickej matematiky, čím sú jej metódy dostupnejšie pre riešenie úloh z praxe. Pri výučbe metód numerickej matematiky sa prešlo od výpočtov realizovaných na papieri pomocou kalkulačky k vykonávaniu výpočtov pomocou počítačov. Avšak cieľom realizovaných výpočtov počas výuky nie je len určenie výsledku riešenej úlohy, ale aj pochopenie princípu jednotlivých numerický metód, následnosti krokov v algoritme numerického výpočtu, ktoré je potrebné v dostatočnej miere precvičiť, ako aj uvedomenie si ohraničujúcich podmienok numerických metód, ich výhod a nevýhod. Počas celého procesu je potrebné zamýšľať sa nad priebehom výpočtov, a tým nadobudnúť schopnosť zachytiť chybu výpočtu spôsobenú ľudským faktorom. Z týchto dôvodov pri výučbe numerickej matematiky využívame zvyčajne dostupný softvér, v ktorom je možné vykonávať postupnosť krokov výpočtu. Numerické výpočty zväčša realizujeme v prostredí programu Microsoft Excel, ktorý sa stal každodenným nástrojom práce mnohých ľudí. Doplnkovo zaraďujeme voľne prístupný program X(PLORE) pre Windows, a to hlavne na kreslenie grafov funkcií a tiež na ukážku výpočtov, ktoré sú veľmi podobné výpočtom v iných matematických softvéroch. Je potrebné si uvedomiť, že existujú matematické softvéry, ktorými dokážeme riešiť úlohy numerickej matematiky naprogramovaním algoritmu, čím po dosadení vstupu priamo získame riešenie úlohy. K dispozícii je aj ďalší matematický softvér (ako napríklad Matlab, Maple, atď.), ktorý vypočíta riešenie úloh aj bez programovania algoritmu riešenia. Avšak bez hlbšej znalosti fungovania algoritmu výpočtu a podmienok konvergencie numerickej metódy, či testovania presnosti numerického výpočtu je používateľ programu náchylný uveriť aj nesprávnemu výsledku, ktorý získa napríklad po chybnom zadaní úlohy či pri nesprávnom použití numerickej metódy.

### Microsoft Excel

V predloženom učebnom texte sú uvedené niektoré možnosti použitia Excelu, ktoré sú vhodné na riešenie úloh numerickej matematiky. Predpokladáme, že užívateľ už prostredie programu Excel aktívne pozná, a tak v tejto podkapitole stručne pripomenieme iba niektoré spôsoby práce v tomto prostredí. Pri spracovaní učebného textu bola použitá slovenská aj anglická verzia *Microsoft Excel 2010*. A tak pri opise postupnosti činností pri riešení jednotlivých úloh uvádzame v texte slovenský a tiež ekvivalentný anglický popis používaných úkonov.

#### Pomenovanie buniek a odkazy na bunky

V Exceli sa pracuje v tabuľke. V priesečníkoch stĺpcov a riadkov sa nachádzajú bunky, z ktorých každá má svoje označenie, resp. adresu. Táto adresa je daná písmenom a číslom, kde písmeno znamená označenie stĺpca a číslo označenie riadka, v ktorom sa daná bunka nachádza (napr. A25, F89).

Pri práci s tabuľkou často používame vzorce, v ktorých sa zvyčajne používajú adresy buniek, tzv. odkazy na bunky. Odkaz na bunku má tvar napríklad B25, odkaz na rozsah buniek, ktoré tvoria súvislú oblasť je napríklad tvaru A5:B10. Pri matematických výpočtoch využívame relatívne a absolútne odkazy. *Relatívny odkaz* je odkaz na bunku alebo oblasť buniek vo vzorci, ktorých pozícia je relatívna. Ak vzorec kopírujeme, tak odkaz sa automaticky upraví. Formát relatívneho odkazu je napríklad A1. *Absolútny odkaz* je presná adresa bunky vo vzorci, kde pozícia bunky je zafixovaná (zamknutá). Pri kopírovaní vzorca sa údaj zo zamknutej bunky neposúva smerom, ktorým kopírujeme, ale ostáva nezmenený. Formát absolútneho odkazu je napríklad \$A\$1.

#### Výber buniek a oblasti buniek

Pri práci s tabuľkou často potrebujeme označiť (vybrať) nejaké bunky. Pri označovaní jednej bunky stačí na bunku iba kliknúť. O tom, že je bunka označená svedčí rámik okolo nej (obr. 1). Ak chceme označiť viac buniek, ktoré sú vedľa alebo pod sebou, je potrebné podržať ľavé tlačidlo myši a ťahať smerom, ktorým potrebujeme. Takto označíme súvislú oblať buniek (obr. 2).

	C	2	+ (*	$f_x$												
4	А	В	С	D	E	F	G	Н	I	J	K	L	M	N	0	р
1	k	<b>x</b> <sup>(k)</sup>	y <sup>(k)</sup>	f	g	f′ <sub>x</sub>	f′y	g´x	gγ	D	D <sub>x</sub>	Dy	Δ x <sup>(k)</sup>	Δ y <sup>(k)</sup>		0,001
2	0	-0,3	1,5	-1,26000	0,65000	-18,60000	3,60000	4,50000	-12,90000	223,74000	13,91400	-6,42000	0,06219	-0,02869		

Obr. 1: Označenie bunky O2 v Exceli.

	A3	•	e	<i>f</i> <sub>x</sub> 1								
4	А	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L
1	k	x1 <sup>(k)</sup>	x2 <sup>(k)</sup>	x3 <sup>(k)</sup>	abs(x1 <sup>(k)</sup> -x1 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x3 <sup>(k)</sup> -x3 <sup>(k-1)</sup> )		0,0318			
2	0	0	0	0								
3	1	0,3889	0,1579	-0,4348	0,3889	0,1579	0,4348					
4												

Obr. 2: Označenie oblasti A3:G3 v Exceli.

#### Vzorce

Tabuľkový editor Excel neslúži len na tvorbu tabuliek, ale je aj nástrojom na vykonávanie matematických výpočtov. Výpočty realizujeme pomocou vzorcov. Vytvorené vzorce často namiesto konkrétnych čísel obsahujú adresy buniek, ktoré obsahujú určité hodnoty. Tým sa vzorec stáva dynamickým, čo umožňuje okamžitú zmenu výsledku výpočtu pri zmene niektorej vstupnej hodnoty. Vzorec sa vždy začína znakom rovnosti (=) a môže obsahovať

- funkcie,
- odkazy na bunky (relatívne alebo absolútne),
- konštanty,
- operátory.

Operátory sú znamienka operácií, ktoré sa majú vo vzorci vykonať. Využívame najmä aritmetické a relačné operátory. Aritmetické operátory sú znamienka matematických operácií ako sčítanie (+), odčítanie (-), násobenie (\*), delenie (/) a umocnenie ( $\land$ ). Relačné operátory sú porovnávacie operátory (rovná sa (=), väčší ako (>), menší ako (<), väčší alebo rovný ako (>=), menší alebo rovný ako (<=), nerovná sa (<>)). Porovnávajú nejaké hodnoty a vracajú logickú hodnotu TRUE (PRAVDA) alebo FALSE (NEPRAVDA). Program Excel dodržiava štandardné poradie matematických operácií (napríklad vo vzorci =5+2\*3 sa operácia násobenia vykoná ako prvá a potom sa pripočíta číslo 5).

Vzorec môžeme zapísať priamo do bunky, v ktorej chceme mať výsledok alebo ho vpíšeme do vzorcového riadka. Najskôr označíme bunku, v ktorej chceme mať zobrazený výsledok kliknutím na ňu. Vzorec môžeme zapísať ručne alebo pomocou automatickej funkcie. Pri ručnom zápise vzorca vložíme znamienko rovnosti (=) a zapíšeme obsah vzorca pomocou funkcií, konštánt a operátorov, pričom využívame odkazy na bunky s číselnými hodnotami. Nakoniec stlačíme Enter.

Excel dokáže spracovať iba číselné hodnoty. Ak počas tvorby vzorca klikneme na bunku, ktorá obsahuje text alebo je prázdna, Excel nedokáže tento vzorec vypočítať a upozorní nás na to zápisom #HODNOTA! (#VALUE!) v bunke, kde mal byť výsledok (obr. 3). Ďalej sa nám

X			-	_		-		SLR - Mici	rosoft Excel			-		-	-		_ 🗆 🗙	i.
Fil	e Ho	me Inser	t Pagel	ayout F	ormulas Data	Review View										۵	🕜 — 📾	£
Past	Cut	oy ≠ mat Painter d G	Calibri 18 Z U	• 11 • Eont	· A ∧ ≡ <u>&gt;</u> · <u>A</u> · ≡	= <mark>=</mark> ≫- ≡ ≡ ‡ ‡	Wrap Text	Number	6 • 1≛a8 ; umber	* Co For	nditional Form matting * as Tal Styles	at Cell ble * Styles *	Insert	Delete Format	Σ AutoSun Fill * Clear *	Sort & Find & Filter * Select *		
	E3	- -	(-	fx =ABS	6(B3-B1)													
1	A	В	С	D	A	F	G	н	1	J	K	L	M	N	0	P Q	R	Ē
1	k	×1 <sup>(k)</sup>	x2 <sup>(k)</sup>	x3 <sup>(k)</sup>	abs(x1(k)-x1(k-1))	abs(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x3 <sup>(k)</sup> -x3 <sup>(k-1)</sup> )		0,0318									ř
2	0	0	0	0		\ ·												1
3	1	0,3889	0,1579	-0 18	#VALUE!													1
4	2					<ul> <li>vzorec v bi obsobujo o</li> </ul>	Inke E3											
5	3					bunku B1 s	textom											
6	4					2 Jind Dr. J												
7									8-									

Obr. 3: Chybné zadanie vzorca v Exceli.

môže pri zápise vzorca stať, že klikneme na bunku, v ktorej chceme mať výsledok. V takomto prípade sa vzorec zacyklí a Excel ho opäť nevie vypočítať. Objaví sa dialógové okno znázornené na obr. 4, ktoré nás upozorní na zacyklený odkaz.

Veľmi často je súčasťou vzorca funkcia. Štruktúra zápisu vzorca s funkciou v bunke po jej označení sa začína znamienkom rovná sa (=), za ním nasleduje názov funkcie, ľavá zátvorka, v ktorej sa nachádzajú argumenty funkcie a pravá zátvorka, t. j.

$$= Funkcia(Argumenty).$$

	E3		• (*	<i>f</i> <sub>x</sub> =A	BS(B3-E3)								
4	A	В	C	D	E	F	G	Н	1	J	К	L	M
1	k	x1 <sup>(k)</sup>	x2 <sup>(k)</sup>	x3 <sup>(k)</sup>	abs(x1 <sup>(k)</sup> -x1 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x3 <sup>(k)</sup> -x3 <sup>(k-1)</sup> )		0,0318				
2	0	0	0	0			1.000						
3	1	0,3889	0,1579	-0,4348	=ABS(B3-E3)								
4	2												
5	3			_								_	
7	4	Micros	oft Excel Upozon	nenie na zac	cyklený odkaz								
0			Niektor vzorca. obsabu	é vzorce obe Napríklad b je zacyklený	sahujú zacyklený odka unka, ktorá odkazuje v odkaz.	iz a nemusia sa správn na svoju vlastnú hodn	ie vypočítať. Zacyklené otu alebo bunka odkazi	odkazy sú ujúca na in	ú všetky odkazy ú bunku, ktorej l	vo vzorci, kt hodnota závi	oré závisia oc isí od výsledku	. výsledkov n u pôvodnej b	ovnakého unky,
1		_											
2			Podrobi odkaz,	nejsie inform kliknite na tl	nacie o vysvetlení, vyl ačidlo OK.	niadavani a odstraňov	anı zacyklených odkazo	iv ziskate p	oo kliknuti na tiad	adio Pomocni	K. AK chcete	/ytvoriť zacy	kleny
3													
4							OK Pomor	znik					
5													-

Obr. 4: Dialógové okno upozorňujúce na zacyklený odkaz v Exceli.

Funkciu môžeme vložiť priamym zápisom funkcie do vybranej bunky tabuľky alebo využijeme dialógové okno *Vloženie funkcie (Insert function*). Toto dialógové okno môžeme aktivovať viacerými spôsobmi.

1. Kliknutím na tlačidlo s označením  $f_x$ , *Vložiť funkciu (Insert Function)*, ktoré sa nachádza v ľavej časti vzorcového riadka (obr. 5).

X	1 57.	• Ca + da +	Ŧ					-		RK - Microsof	t Excel		_	_	_	-		-	
Fil	e	Home In	ert	Page L	ayout	Formulas	Data Reviev	v Viev	v										a 🕜 🗖 🗟
	8 c	Lut	Calib	n	٠	11 • A A	= = =	\$¢.∗	Wrap Text	General	Ŷ				• 🖹		Σ AutoSum •	<b>A</b>	A
Past *	e 🛷 F	Format Painter	в	ΙÜ	+	-   <u></u> - A -		計算	Merge & Center	- %	, 00, 00 ,00 ⇒.0	Conditional Formatting	Format Cel as Table = Style	Inser	rt Delete F	Format	Clear *	Sort & Filter	Find & Select *
_	Clipbo	oard 6			Font	9		Alignm	ent	Numb	er 🖗		Styles		Cells		Ed	iting	
_	AB	BS	* (° °	× v	<u>f</u> x =														
1	А	В	С		þ	E	F G	ŀ	1	J K	L	M	N	0	р	Q	R	S	Т
1	1	xi	yi		/k1	k2	k3 k4		h										
2	0	-1		-3 = /					0,25										

Obr. 5: Aktivácia dialógového okna Vložiť funkciu (Insert Function) v Exceli.

2. Stlačením ikonky  $f_x$ , Vložiť funkciu (Insert Function) v karte Vzorce (Formulas) (obr. 6).

	<b>1) •</b> (* -	161 - ]∓	Section Section	-					RK -	Microsoft Ex	cel	-	-	-	-	-	_	-	
File	Home	Insert	Page Layout	Formulas	Data	Review	View												ھ 🕜 🗆 🗗
fx Insert Function	AutoSun ABS	Recently Used +	Financial Logical Functio	Text Date 8 * Time *	Lookup a Reference	<b>لُوُ</b> ۸ Math ۲ & Trig *	More Functions *	Name Manager II	回 Define N 伊 Use in Fo ি Create fr Defined Nan	ame = ormula = om Selection nes	Trace Prece C Trace Depe C Remove Ar	rows - Fo	Show Fo Error Chi @ Evaluate rmula Auditin	rmulas ecking * Formula g	Watch Window	Calculation Options * Ca	Calculate Now		
1	АВ		C D	E	F	G	н	1	J	К	L	M	N	0	p	Q	R	S	T
1	i x	8	yi k1	k2	k3	k4		h											
2 0	)	-1	-3 =					0,25											
3 3	ι																		

Obr. 6: Aktivácia dialógového okna Vložiť funkciu (Insert Function) v Exceli.

3. Rozbalením ponuky automatických funkcií kliknutím na symbol trojuholníka v ikonke *Automatický súčet (AutoSum)*, ktorá sa nachádza v karte *Domov (Home)* a výberom možnosti Ďalšie funkcie (More Functions) po rozbalení ponuky (obr. 7).

X 🚽 🤊 - 🖓 - 👘 -	T	and the local line		RK - Microsoft Excel			-	_	
File Home Ins	ert Page Layout Formula	as Data Review Vie	w						a 🕜 🗆 🗗
Paste Cut Copy - Clipboard 5	Calibri • 11 • B I U - Ent	A´ A` ≡ = =   ≫~ A -	Wrap Text Merge & Center -	General - % • 5.0 + Number	Conditional Format Formatting * as Table Styles	Cell Insert Delete Styles	Format	AutoSum Average	å t*
ABS	$\bullet$ ( $\uparrow$ × $\checkmark$ $f_x$ =							Max	
A B	C D E	F G	H	J K L	M N	O P	Q	Min	т
1 i xi	yi k1 k2		h					More Functions	
2 0 -1	-3 =		0,25						-
3 1									

Obr. 7: Aktivácia dialógového okna Vložiť funkciu (Insert Function) v Exceli.

Po aktivovaní dialógového okna Vloženie funkcie (Insert Function) môžeme v textovom poli Hľadať funkciu (Search for a function) zadať popis toho, čo chceme urobiť a po stlačení tlačidla Prejsť (Go) je Excelom odporúčaná vhodná funkcia. Druhou možnosťou je výber kategórie v rozbaľovacom poli Vybrať kategóriu (Select a category). V numerických výpočtoch najčastejšie volíme kategórie Matematické a trigonometrické (Math&Trig) a Logické (Logical). Po zvolení kategórie získame zoznam abecedne usporiadaných názvov funkcií. Myšou označíme požadovanú funkciu. V spodnej časti aktivovaného okna sa zobrazí tvar všeobecného zápisu zvolenej funkcie a stručný popis činnosti príslušnej funkcie (obr. 8). V slovenskej verzii programu sú kategórie funkcií preložené do slovenčiny, avšak konkrétne názvy funkcií sa neprekladali, a tak sú zhodné s anglickými názvami (v českej verzii sú preložené do češtiny aj názvy funkcií).



Obr. 8: Dialógové okno Vloženie funkcie (Insert Function).

Po stlačení tlačidla OK alebo klávesy Enter sa aktivuje ďalšie dialogové okno Argumenty funkcie (Function Arguments), do ktorého zadávame argumenty funkcie (obr. 9). V ľavom hornom rohu sa nachádza názov funkcie. Do rámčeka zapíšeme oblasť údajov, ktoré sa používajú na výpočet funkcie. Zápis argumentu funkcie uskutočníme kliknutím na bunku, resp. bunky oblasti, kde sa údaje nachádzajú, a zápisom potrebných operátorov a konštánt. Môžeme postupovať aj ťuknutím na štvorček na pravom okraji okienka, tlačidlo Zbaliť dialogové okno. Zobrazí sa pomocné okno, do ktorého opäť ťuknutím na bunku, resp. bunky a zápisom operá-

X	1-1-	(	- AND THE	100.000	-	and the second second	Sec. of the local division of the local divi	SLR - M	icrosoft Ex	cel				-		-		10.0		3 ×
File	Н	ome Inse	rt Page I	Layout f	ormulas Data	Review View	N												۵ 🕜	- # 23
Paste	*	влц	• 11	• A A		≫ = Wrap Tr ま 健 国 Merge J	ext. & Center =	Number	% * *	• •.0 .00 •.0 →.0	Conditiona	al Forma	t Cell	+ Insert	Delete Fo	ermat	Σ Au	toSum * /	T A	8.
Clipbo	ard Ta		Font			Alignment	15	N	lumber	75	Formatting	styles	e = Styles =		Cells	T.	CZ CIE	Editir	liter= Selec 10	
	ABS	; ,	( × v	fx =ABS	(B3-B2)		1.57		Lealleset											~
A	A	В	C	D	E	F	G		H	1			К	L	M	T i	N	0	р	CE CE
1	k	×1 <sup>(k)</sup>	x2 <sup>(k)</sup>	x3 <sup>(k)</sup>	abs(x1 <sup>(k)</sup> -x1 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x3 <sup>(k)</sup>	-x3 <sup>(k-1)</sup> )		0.03	18				110				and the second	- Â
2	0	0	0	0																
3	1	0,3889	0,1579	-0,4348	=ABS(B3-B2)															
4	2																			
5	3									~										
6	4		Function An	guments				3	*	n										
7		-	ABS					_		1										
8		-	Number	B3.82		<b>1</b> = 0.388888	1889													
9		-		0000		(111)														
10		-	Returns the	absolute vali	ue of a number, a nur	= 0,388888 nber without its sign.	889													
12		- 1			Number is t	ne real number for wh	ich vou want	t the abcoli	ite value											
13		- 1			number is a	ic real number for with	ian you viant	uic absolu	are value.											
14			Formula res	ult = 0,3889	r.															
15			(Jala an Hite	E		1	OK		Incol											
16			nep on us	TUNCUON			UK		di ilei											
17				_			-	_												
18																				1

Obr. 9: Dialógové okno Argumenty funkcie (Function Arguments).

torov a konštánt Excel vloží požadovaný argument. Pre návrat do pôvodného okna použijeme štvorček na pravom okraji okna, *Rozbaliť dialogové okno*. Pod rámčekom je text opisujúci, čo aktivovaná funkcia vypočíta. Priebežný výsledok funkcie je zobrazený v spodnej časti za textom Výsledok= (*Formula result*=). Po zápise argumentu funkcie stlačíme tlačidlo OK, prípadne Enter a Excel prenesie do označenej bunky výsledok, hodnotu počítanej funkcie.

Opakované vloženie funkcie do iných buniek môžeme zjednodušiť využitím okna naposledy použitých funkcií, ktoré sa zobrazia po zápise symbolu rovnosti (=) do vybranej bunky naľavo od vzorcového riadka v paneli nástrojov (obr. 10). Označením zvolenej funkcie je priamo aktivované okno Argumenty funkcie (Function Arguments).

(a + 1) + 1				A COLUMN TWO IS NOT	SLR -	Microsoft E	cel	-				and the second division of the local divisio		
Home Inse	t Page L	ayout F	ormulas Data	Review View										6 🕜 🗆 🗟
Cut Copy + Format Painter	Calibri BI I U	•   11 •   🖽 •	$\begin{array}{c} \bullet \\ A^* & A^* \\ \underline{\diamond} \bullet & A \\ \bullet \end{array} \equiv$	= = ≫ = ::::::::::::::::::::::::::::::::	📑 Wrap Text 🌆 Merge & Center =	Number	9   ⊕.0 .0 + 00.	Condition Formattin	al Format g = as Table	Cell • Styles •	transert	Delete Format	Σ AutoSum Fill - ② Clear →	Sort & Find & Filter * Select *
ard T <sub>x</sub>		Font	ía.	Alignmer	nt (ja	Nur	nber	à.	Styles			Cells	Ec	liting
ss	(= × ✓	<i>f</i> <sub>x</sub> =												
В	6	D	E	F	G	H	1	J	K	L	М	N	0 1	P Q
×1 <sup>(k)</sup>	x2 <sup>(k)</sup>	x3(k)	abs(x1 <sup>(k)</sup> -x1 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x3 <sup>(k)</sup> -x3 <sup>(k-1)</sup> )		0,0318							
0	0	0	1											
0,3889	0,1579	-0,4348	0,3889	*										
	Home Inser ut copy + ormat Painter ard ix IS • IS • IS • IS • IS • IS • IS • IS •	Inset         Page L           inset         Page L           ut         Calibri           opp v         B         I           inset         F         I           inset         R         I           is         V         X           B         C         X           B         C         I           0         0         0           0,3889         0,1579         I	The set of	There in the page layout Formulas Data the page layout Formu	The form the second se	Insert     Page Layout     Formulas     Data     Review     View       ut     Catibri $\bullet$ III $\bullet$ A <sup>+</sup> $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ opp *     Catibri $\bullet$ III $\bullet$ A <sup>+</sup> $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ ard $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ IS $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ $0$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ $0$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ $0$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ $0$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $\bullet$ $0$ $0$ <td< td=""><td><math display="block">\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c </math></td><td>SLR - Microsoft Excel       Home     Insert     Page Layout     Formulas     Data     Review     View       ut     Calibri&lt;</td>     11     A     A     <math>\equiv</math> <math>\Rightarrow</math> <math>\Rightarrow</math></td<>	$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	SLR - Microsoft Excel       Home     Insert     Page Layout     Formulas     Data     Review     View       ut     Calibri<	SLR - Microsoft Excel       Home     Inset     Page Layout     Formulas     Data     Review     View       ut     Calibri     111     A     A $\equiv$	SLR - Microsoft Excel         Home       Inset       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         ut       Calibri       III       A       A       E       E       E       E       E       Microsoft Excel         opp *       Ommat Planter       Font       A       A       E       E       E       E       E       Microsoft Excel         Str       V       Calibri       III       A       A       E       E       E       E       Microsoft Excel         ard       T       U       A       A       E       E       E       E       Microsoft Excel         Str       V       Calibri       III       A       A       E       E       Microsoft Excel         Str       Font       A       E       E       E       Microsoft Excel         Str       Y       Max       Microsoft Excel       Mumber       Mumber       Microsoft Excel         Str       V       X       A       E       E       E       Microsoft Excel       Mumber       Mumber       Microsoft Excel         Str       X       A       E       F       G <td>SLR - Microsoft Excel         Tome in set       Formulas       Data       Review       View         the page layout       Formulas       Data       Review       View         dilbri       III + A* A*       III + A*       III + A*       III + A*       III + A*       A*       III + A*       A*       Colditional format cell       III + A*<td>SLR - Microsoft Excel         Home       Insert       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         ut       Calibri       11       A       A       E       E       Image: A        Image: A</td><td>Inset       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         It       It</td><td>SLR - Microsoft Excel         SLR - Microsoft Excel         topp       Inset       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         Conditional Format Cell       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Ima</td></td>	SLR - Microsoft Excel         Tome in set       Formulas       Data       Review       View         the page layout       Formulas       Data       Review       View         dilbri       III + A* A*       III + A*       III + A*       III + A*       III + A*       A*       III + A*       A*       Colditional format cell       III + A* <td>SLR - Microsoft Excel         Home       Insert       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         ut       Calibri       11       A       A       E       E       Image: A        Image: A</td> <td>Inset       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         It       It</td> <td>SLR - Microsoft Excel         SLR - Microsoft Excel         topp       Inset       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         Conditional Format Cell       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Ima</td>	SLR - Microsoft Excel         Home       Insert       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         ut       Calibri       11       A       A       E       E       Image: A	Inset       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         It       It	SLR - Microsoft Excel         SLR - Microsoft Excel         topp       Inset       Page Layout       Formulas       Data       Review       View         Conditional Format Cell       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Image Conditional Format Cells       Image Cells       Ima

Obr. 10: Zrýchlené vloženie funkcie.

Na predchádzajúcich obrázkoch 8 a 9 je znázornený postup vloženia matematickej funkcie ABS(number) a výpočet hodnoty tejto funkcie pre rozdiel hodnôt zapísaných v bunkách B3 a B2, t. j. ABS(B3-B2). Nasledujúce obrázky demonštrujú postup vloženia logickej funkcie AND(logical1;logical2;logical3). Po zápise znaku rovnosti (=) do bunky H3 a výbere funkcie AND v kategórii logické (Logical) (obr. 11) zapíšeme v dialógovom okne Argumenty funkcie (Function Arguments) podmienky, ktoré musia platiť súčasne (obr. 12). Argumenty funkcie sa

Home       Inset       Page Layout       Formula:       Data       Revew       Year       Data       Year       Data       Year       Data       Year       Data       Year       Data       Year       Data       Year       Year       Data       Year	XIL	1-17 -	(2 • m •    <del>↓</del>		and the second division of the second divisio			SLR - Micro	osoft Excel	-	1000						)	×
A       B       C       D       E	File	н	ome Insert	Page La	yout Fo	rmulas Data P	eview View										a 🕜 🗆 é	9 E3
Paste       B       I       I       I       I       I       J       K       L       M       N       O       P         Clipboard       C       Fort       Alignment       C       B       Image       Diskt       Diskt       Diskt       Diskt       Diskt       Diskt       Diskt       Citib       Editional         All       B       C       D       E       F       Allgament       C       Humber       Sold       Calls	Ê	X Ea -	Calibri	- 11	* A* *	$= = =   \otimes_{-}$	Wrap Text	General		•			+		Σ Auto	sum • A	A	
Clipbane (c)       Fort       Alignment       Number       Styles       Cells       Editing         AS                X (P)             X2 <sup>(P)</sup> X2 <sup>(</sup>	Paste	3	BIU	- 1 g	3a - A -		t 🔤 Merge & Cent	er - 🛄 - %	, 4.0	Conc Forma	ditional Form atting - as Tab	le - Styles -	Insert	Delete Format	Q Clea	Sort Filte	8. Find &	
ABS $\cdot \cdot $	Clipbo	ard 🕼		Font		Align	ment	Num	iber		Styles			Cells		Editing		
A       B       C       D       E       F       G       H       I       J       K       L       M       N       O       P         1       k       x1 <sup>(h)</sup> x2 <sup>(h)</sup> x3 <sup>(h)</sup> abs(x1 <sup>(h)</sup> ,x1 <sup>(h-1)</sup> )       abs(x2 <sup>(h)</sup> ,x2 <sup>(h-1)</sup> )       abs(x3 <sup>(h)</sup> ,x3 <sup>(h-1)</sup> )       0,0318       0		ABS	· · · (	- × ✓ .	fx =													
1       k       x1 <sup>(1)</sup> x2 <sup>(1)</sup> x3 <sup>(1)</sup> abs(x1 <sup>(1)</sup> -x1 <sup>(1-1)</sup> )       abs(x2 <sup>(1)</sup> -x2 <sup>(1-1)</sup> )       abs(x2 <sup>(1)</sup> -x3 <sup>(1-1)</sup> )       0,0318         2       0       0       0		A	В	С	D	E	F	G	н	1	J	К	L	M	N	0	P	L.
2       0       0       0	1	k	×1 <sup>(k)</sup>	x2 <sup>(k)</sup>	x3 <sup>(k)</sup>	abs(x1 <sup>(k)</sup> -x1 <sup>(k-1)</sup> ) a	os(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> ) ab:	5(x3 <sup>(k)</sup> -x3 <sup>(k-1)</sup> )		0,0318								
3       1       0,3889       0,1379       -0,4348       0,3899       0,1579       0,4348         5	2	0	0	0	0													
4     Insert function     Image: Second for a function:       7     Second for a function:     Image: Second for a function:       9     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       10     Or select a gategory:     Image: Second for a function:       11     Select a function:     Image: Second for a function:       12     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       13     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       14     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       15     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       16     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       17     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       18     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       21     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       22     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       23     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:       24     Image: Second for a function:     Image: Second for a function:	3	1	0,3889	0,1579	-0,4348	0,3889	0,1579	0,4348 =	1									
5     Insert Function       7     Search for a function:       9     The function:       10     Or select a gategory:       11     Select a function:       12     Select a function:       13     Francial       14     Prancial       15     Out or Lookip & Reference       16     Or Lookip & Reference       17     Arbor & Reference       18     Out of whether all el User Defined       19     TRUE:       21     TRUE:	4								1									_
6     Interf vinction       7     Search for a function:       8     Type a latef desulption of what you want to do and then obtained to a stategory:       9     Type a latef desulption of what you want to do and then obtained to a stategory:       10     Or select a gategory:       11     Select a function:       12     Main Recently Used       13     Provide to a stategory:       14     Provide to a stategory:       15     Provide to a stategory:       16     Dota & Time       17     Main Recently used       18     Or botabase       19     TRUE       18     Or hold subtifier all and User Defined       19     TRUE       20     Hels on this function       21     OK       22     Hels on this function	5			C.	1.0			2 2										
A     gend for a function:       9     Type a function:       9     Type a function:       10     Or select a gategory:       12     Select a function:       13     Moti Recently Used       14     Prove a function:       15     Moti Recently Used       16     Or select a gategory:       17     Look a Reference       18     Or beds whether all af their Defined       19     Thue:       10     Or concel	6			in	sert Function	n		Contra I I Contra										_
8     Type a line f description of what you want to ub and then dub.     go       10     Or select a streegy: Logical     Image: Comparison of the streegy o	/			5	earch for a fi	unction:												_
00     O' select a gategory: Logical       11     Select a function;       12     Most Recently Used       13     Intervention       14     Intervention       15     Intervention       16     Intervention       17     ANN(LogicalLifering to match       18     Oncels whether all and User Defined       20     Intervention       21     Intervention       22     Intervention       23     Intervention	0			_	Type a brief	f description of what you	want to do and then di	uk <u>G</u> o										-
11     Select & furgerspring       12     Select & furgerspring       13     Prancel       14     Press       15     Date & true       16     Or Reference       17     Date & true       18     All Objects/ Linguide Content       19     True       21     True       22     tels on this function       23     tels on this function	10				GO			1000										
12     Select a function;     All       13     Intermediation of the selection of the selecti	11				Or select a c	ategory: Logical	lead	-										-
13     1400     Point all me       14     Presson     Point all me       15     Presson     Statistical       16     0     Statistical       17     Lokup & Reference     Presson       18     Oncels whether all of theme     Presson       19     TRUE     Text       20     Eteb on this function     OK	12			S	elect a function	All	Jaeu	Â										_
14     if the Control of the State of the St	13				AND	Financial Date & Time			~									_
15     IPERCOR     Lookup & Reference       16     Ino     Database       17     True     Text       18     On-botsbase     Ino       19     True     Ino       20     True     Ino       21     Ino     OK       22     Index on this function     OK	14				IF	Math & Trig		E										
16     OR.     Declasse       17     TRUE     Declasse       18     AMO(logicallylogic	15				NOT	Lookup & Refe	ence											
17     Introduction       18     AND (logical tylogical tyl	16				OR	Database			-									
18     Checks whether all an <u>User Defined</u> - yrguments are       19     TRUE.     -       20     -     -       21     -     -       22     -     -       23     Leb on this function     OK       24     -     -	17				AND(logica	Logical												_
19 ТКUE. 20 21 22 23 <u>Helo on this function</u> ОК Cancel	18			_	Checks whet	her all ar User Defined		→ arguments are										-
20 21 22 23 24 24	19			_	TRUE.													_
22 22 23 24	20			_														_
23 24 24	21																	_
	22				elp on this fu	nction	ОК	Cancel										_
	20																	-
	24																	

pri priamom zápise funkcie oddeľujú bodkočiarkou.

Obr. 11: Vloženie funkcie AND.

X		(u = d	-	-	-	- March Street of Concession, Name			LR - Micro	soft Excel									×
File	н	ome	Insert	Page La	out Fo	rmulas Data	Review View											ے 🕜 م	e 23
CD+	8 1			* 11	• A* A*	$=== \gg$	Wrap Text	t	General		- 1	35				Σ Aut	osum * A	1 AN	
Paste	3	B Z	<u>U</u> -	100 - 13	<u>≫</u> - A -		Merge &	Center -	剄 - %	* 0.0÷	Con Form	ditional Forma atting as Tabl	st Cell e = Styles =	Insert	Delete Format	Q Clea	r ▼ Filte	& Find & r = Select =	
Clipboa	rd 15			Font		Alig	nment		Num	ber		Styles			Cells		Editing		
	AND	)	(	°×√.	and	(E3<\$I\$1;F3<\$I\$1;G	3<\$I\$1)												~
4	A	E		С	D	E	F	G		н	1	J	К	L	M	N	0	Р	E
1	k	×1	(k)	x2 <sup>{k}</sup>	x3 <sup>(k)</sup>	abs(x1 <sup>(k)</sup> -x1 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x3 <sup>(k)</sup>	-x3 <sup>(k-1)</sup> )		0,0318								
2	0	0		0	0				-										
3	1	0	3889	0,1579	-0,4348	0,3889	0,1579		0,4348 =/	AND(E3<\$	\$1;F3<\$	I\$1;G3<\$I\$1)							
4																			
5		1	-					-	-	2	57	D							
6			Funct	ion Argume	nts														
7			ANE	>															
8				L	ogical1 E3	3<\$I\$1	(18) = F	ALSE											
9					Logical 2 F3	3<\$1\$1	<b>1</b>	ALSE											
10		-			Logical 3 G	3<\$1\$1	<b>FN</b> = F	ALSE											
11					Logical4		[16] = 1	logical											
12							(****)												
14																			
15			Chec	ke whether al	arcumente a	are TRUE and returne T	= F RLIE if all arguments	ALSE											
16						te eter Dr. la significant													
17						TRUE or FA	SE and can be logic	al values, a	rays, or ref	erences.	se einer								
18		1.																	-
19				and the second															
20			Form	iuia result =	PALDE					_									
21			Help	on this function	m				OK	C	ncel								
22				_	_			_	_	_	_								
23																			

Obr. 12: Zápis argumentov funkcie AND.

Ak pri zadávaní vzorca urobíme chybu, Excel nevie spracovať výsledok a upozorní nás na to dialógovým oknom (obr. 13).

Pre urýchlenie práce v tabuľkách sa často využívajú automatické funkcie. Pri používaní automatických funkcií nemusíme do označenej bunky zadávať znamienko rovnosti (=). Pri numerických výpočtoch často využívame automatickú funkciu *automatický súčet*. Najskôr označíme bunku, v ktorej chceme mať výsledok. Klikneme na tlačidlo *Automatický súčet (AutoSum)* (obr. 14), ktoré sa nachádza na záložke *Domov (Home)* alebo na záložke karty *Vzorce (Formulas)*. Excel bežiacim rámikom označí oblasť hodnôt, ktoré navrhuje sčítať. Ak nesúhlasíme

	× *		~	11 • A	A* = = =	🗞 - 🔤 Zalon	niť text	Číslo	~	123					Σ Aut	omatický s plniť =	účet - Z	7 A		
Prile	piť 🦪	B Z	<u>u</u> -	- <u>  34</u> - A		读 读 函 Ziúčit	a centrovať -	19 - % O	824 857 00	Podmienen formátovanie	é Formátova - ako tabulki	iť Štýly u - buniek -	Vložiť (	Odstrániť Formát	2 Vyn	nazať *	Zorai filtro	dit'a Nájsťa vať - vybrať -		
sent	anka is		- (a	e - 0	06(03.53)	zarovnanie	1.100	chie	2		Styly		11	bunky			upravy		-	
- 21	0	P		JX -4	B3(B3*E3)	E	G			1	v	1	6.0	N	0	D	0	P	c	-
1	k	v1 <sup>(k)</sup>	¥2 <sup>(k)</sup>	¥3 <sup>(k)</sup>	abs/v1(k)_v1(k-1))	abs/y2 <sup>(k)</sup> -y2 <sup>(k-1)</sup> )	abc/v3 <sup>(k)</sup> -v3	(k-1)	0.0318		n		141	14	0		ų	-	-	ŕ
2	0	0	0	0		005(NE / 1	005(10 10		0,0040											
3	1	0,38	89 0,1579	-0,4348	=ABS(B3-E3)	1														
4	2																			
5	3												-							
6	4	Mi	crosoft Excel										× )							
8 9 10 11 12 13 14			Vpoz Niekti vzorc obsał Podre odka:	ornenie na zai oré vzorce ob a. Napriklad b nuje zacykleny bnejšie inform ;, kliknite na tl	zyklený odkaz sahujú zacyklený odk unko, ktorá odkazuje i odkaz. nácie o vysvetlení, vy ačidlo OK.	az a nemusia sa správr na svoju vlastnú hodn hľadávaní a odstraňov	ne vypočítať. Zak otu alebo bunka naní zacyklených OK	cyklené odkazy odkazujúca na odkazov získate Pomocník	sú všetky odku nú bunku, kto 1 po kliknutí na	azy vo vzorci, k rej hodnota záv tlačidlo Pomocr	toré závisia od isí od výsledku ik. Ak chcete v	výsledkov rov pôvodnej bur ytvoriť zacykl	makého iky, ený							

Obr. 13: Dialógové okno upozorňujúce na chybu v zadávanom vzorci.

s navrhovaným označením, myšou označíme nami požadovanú oblasť údajov a stlačíme klávesu Enter. Okrem automatického súčtu existujú ešte ďalšie automatické funkcie, ku ktorým sa dostaneme kliknutím na malý trojuholník napravo od tlačidlo Automatický súčet (obr. 15).

	19-	(- III-	Ŧ	- 244 B	and them		-	-	-	Book1 - Mic	rosoft Exce	1	-	-	-			III X
File	Ho	ome Ins	ert	Page Layout	Formulas	Data R	eview Vie	w									۵ (	) — # X
P	X Cut		Calibi	i •	11 * A* A*	= =	- 39	Wrap	p Text	General	-				- 🔺 🔟	E AutoSum - A	7 8	
Paste	Cor For	py * mat Painter	в.	<u>u</u> -   🖽	- 👌 - 🛕	EE		Merg	ge & Center *	<b>-</b> %,	•.0 .00 •.€ 00.	Conditional	Format	Cell In:	sert Delete Format	Fill * Sc	rt & Find &	
	Clipboar	d 75		Font			Aligna	nent	6	Numbe	1 15	······	Styles	Cart .	Cells	Editing		
	B7	8	• (=	$f_{x}$												Sum (Alt+=)		
- 16	А	В	0	D	E	F	G	H	1	1	-	L M	N	0	p		Display the sum of the	selected
1	i	xi														3	cells directly after the	selected cells.
2	0		4				-									6		
3	1	0.5	1													5		
4	2		1													5		
5	3	1	2													=SUM(J5:J8	)	
6	4		5															
7		-																
8																		

Obr. 14: Tlačidlo Automatický súčet (Autosum).

<b>X</b>	1-7-	C1 - 40	-  =		100 Aug	a brand	A		Book1	- Microso	ft Excel	-		-	-	-	-	-	
File	н	ome	Insert	Page	Layout Fo	rmulas I	Data Re	eview	View										a 🕜 🗖 🗗
ĥ	*	Calibri		- 11	- A *	= = [	<b>3</b> /-	Wra	p Text	General			1			***		E	A7 .A
Paste	3	BZ	Ū.	· 🖽 •	<u>ð</u> - <u>A</u> -			a Mer	ge & Center 🝷	- %	• • • • • • •	.00	Conditional Formatting *	Format as Table *	Cell Styles 7	Insert	Belete Format	2	<u>Average</u>
Clipbo	ard 15			Font			Alignn	nent	Ta	Nt	umber	15		Styles	_		Cells		<u>C</u> ount Numbers
	B7		-	0	fx							_							Max
	A	B		С	D	E	F	G	н	1		1	K L		M	N	0		Min
1	1	xi																	More <u>F</u> unctions
2	0	1	-4																
3	1		-1																
4	2		1																
5	3		2																
6	4		5																
7																			
8			1																

Obr. 15: Automatické funkcie.

#### Kopírovanie vzorcov

Ak sa štruktúra vzorca opakuje v tabuľke pod sebou alebo vedľa seba, nemusíme vzorec tvoriť pre každú bunku osobitne. V takomto prípade stačí použiť kopírovanie vzorca. Schopnosťou Excelu je kopírovanie vzorca do ďalších políčok tak, že sa v kopírovanom vzorci automaticky mení pozícia buniek úmerne vzdialenosti cieľového políčka od zdrojového políčka kopírovania.

Časté sú prípady, keď pri kopírovaní obsahu vzorca nechceme pozíciu niektorej bunky meniť. Na zafixovanie polohy bunky sa používa znak dolára Zafixovať môžeme polohu riadka (absolútny odkaz na bunku je v tvare A\$1) alebo polohu stĺpca (absolútny odkaz na bunku je v tvare \$A\$1), prípadne súčasne pozíciu riadka aj stĺpca (absolútny odkaz na bunku je v tvare \$A\$1).

Vlastné kopírovanie možno realizovať po označení bunky alebo buniek oblasti ľavým tlačidlom myši. V pravom dolnom rohu vyznačenej bunky, resp. oblasti sa zobrazí čierny štvorček. Ak kurzor presunieme na tento štvorček, zmení sa na tenký krížik. Stlačením ľavého tlačidla myši potiahneme ukazovateľ žiadaným smerom. Po pustení tlačidla myši je kopírovanie ukončené. Na obr. 16 kopírujeme vzťah uložený v bunke D2 o jeden riadok dole, t. j. do bunky D3 a na obr. 17 sú kopírované vzťahy v oblasti A3:H3 niekoľko riadkov smerom dole.

X	1 1	• (** *	dn = j∓	į			1000	-		Euler	Micro	soft Excel		-						-		o X
Fi	e	Home	Insert	t Page	Layout	Formulas	Data R	eview	View												۵ 🕜	- 8 3
	X	Calib	ri	- 11	· A A	==		i w	rap Text	Genera	t.					+	*		Σ AutoSum *	27	A	
Past	ie 🛷	В	ΙŪ	•	<u>ð</u> ∗ <u>A</u>	• E =	司律律	a Me	erge & Center	• 🛒 •	%,	€.0 .00 0.€ 00.	Conditional Formatting *	Format as Table	Cell Styles *	Insert •	Delete	Format	Clear *	Sort & Filter ▼	Find & Select *	
Clipb	oard	15		Font		×	Aligni	nent		6 1	lumber	ξi.		Styles			Cells		Ed	iting		
	3	D2	•	(n	<i>f</i> <sub>x</sub> =(B2	*(C2-3))/(	4+B2^2)															*
al	A	В		C	D	E	F	G	Н	1	J		K L		M	N	0	)	P Q		R	s 🚍
1	-i	xi	-	yi	f(xi,yi)		h															
2	0		0	1	0		0,1															
3	1		),1	1		Vzorec	v bunke D2	opiruie	me o ieden	riadok												
4						dole pr	i stlačenom	lavom tl	ačidle myši													
5																						

Obr. 16: Kopírovanie bunky.

X	19.	(- n-1+	1000	-		1000	SLR - Mi	rosoft Excel		1.115	1.0.1	18		100		X
Fi	e Hi	ome Insert	Page Lay	out For	mulas Data	Review View									۵ 🕜 🗆	æ X
ľ	Å ] □.	Calibri	* 11	ĂĂ	= = *	Wrap Text	General		•			+		Σ AutoSum	27 🕅	
Pas *	ie 🝼	BIU	⊞* ≤	<b>∂</b> • A •		🚝 📑 Merge &	Center * 📆 * %	, .00	Form	attional For atting * as Ta	ble * Styles *	insert	v v	🖉 Clear 🔹	Filter * Select *	
Clipt	ioard 🗔		Font	6	Alig	gnment	G Nu	mber	ta .	Styles			Cells	Ec	liting	_
	A3	• (	e 1	£ 1												۲
4	A	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	К	L	M	N (	) P	E
1	k	x1 <sup>(k)</sup>	x2 <sup>(k)</sup>	x3 <sup>(k)</sup>	abs(x1 <sup>(k)</sup> -x1 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x2 <sup>(k)</sup> -x2 <sup>(k-1)</sup> )	abs(x3 <sup>(k)</sup> -x3 <sup>(k-1)</sup> )		0,0318							
2	0	0	0	0		22										
3	1	0,3889	0,1579	-0,4348	0,3889	0,1579	0,4348	FALSE	Stla	ačením ľavé	ho tlačidla					
4									my	ši kopírujen	ne oblasť					
5								1	/ sm	erom dole						

Obr. 17: Kopírovanie buniek oblasti.

### Zobrazovanie a zaokrúhľovanie výsledkov numerických výpočtov

Excel automaticky zobrazuje výsledky riešení v súlade so zabudovanými pravidlami. Číslo sa môže skladať maximálne zo 16 číslic. Často je užívateľ rád, že dospel k výsledku a počet zobrazených desatinných miest vypočítaných hodnôt ho už netrápi. Výpočty však často realizujeme v kontexte riešenia konkrétnej úlohy praxe, a tak je počet číslic v desatinnom rozvoji čísla významným faktorom. Pri výpočtoch je výhodné pracovať s plným rozsahom číslic v čísle. Pri prezentácii čísla je však situácia iná. Je potrebné uvedomiť si účel vypočítaných hodnôt

a súčasne minimalizovať vplyv chyby zaokrúhľovania počas numerických výpočtoch. Prezentované čísla by tak mali mať aspoň o dva rády dlhší desatinný rozvoj ako je požadovaný počet číslic v desatinnom rozvoji vzhľadom na riešený problém. Z tohto dôvodu pri riešení nasledujúcich úloh dodržiavame nasledujúce pravidlá.

- 1. Ak riešime úlohu so zadanou presnosťou, tak všetky hodnoty v úlohe zaokrúhľujeme o dve desatinné miesta viac ako je daná presnosť.
- Ak riešime úlohu bez zadanej presnosti, tak zväčša zaokrúhľujeme čísla na 4 desatinné miesta. V niektorých prípadoch prispôsobíme zaokrúhľovanie špecifikám riešenej úlohy alebo použitej numerickej metódy.

Zaokrúhľovanie vypočítaných čísel uskutočníme po označení buniek oblasti, v ktorých sa nachádzajú zaokrúhľované hodnoty. V karte *Domov* (*Home*), v časti *Číslo* (*Number*) otvoríme dialogové okno *Formát buniek* (*Format Cells*) kliknutím na ikonku so šípkou v pravom dolnom rohu. Po zvolení kategórie *Číslo* (*Number*) v záložke *Číslo* (*Number*) nastavíme požadovaný počet desatinných miest (Decimal places). Stlačíme tlačidlo OK alebo klávesu Enter. Na obr. 18 sú hodnoty v oblasti C3:G6 zaokrúhľované na 4 desatinné miesta.



Obr. 18: Dialógové okno Zaokrúhľovanie vypočítaných hodnôt.

Iným spôsobom úpravy počtu desatinných miest čísel v bunkách oblasti je po označení oblasti využitie tlačidiel Zvýšiť počet desatinných miest (Increase Decimal) a Znížiť počet desatinných miest (Decrease Decimal) v hornej lište karty Domov (Home), v časti Číslo (Number), obr. 19. Klikaním na ľavú ikonku sa desatinné miesta pridávajú automaticky v celej označenej oblasti a klikaním na pravú ikonku sa desatinné miesta uberajú v celej vyznačenej oblasti.

X	39	• (N • ) III	·    <del>-</del>	8. Car	-				RK - Micros	oft Excel	1000	17.11		104		1000	1.81		) X
F	le	Home	Insert Page	Layout F	ormulas C	Data Revi	ew View											۵ 🕜 ه	- @ X
	X	Calibri	* 11	* A* A*	= = [	∎ ≫,•	🚔 Wrap Text		Number	•				-	ĸ	Σ AutoSum	· 27	Å	
Pas	te 🦪	BI	<u>n</u> •	<u>ð</u> • <u>A</u> •	EEI	I 🕸 🕸	🙀 Merge & Cer	nter *	<b>9</b> * % ,	€.0 .00 •.0	Conditional Formatting	Format as Table	Cell Styles *	Insert Del	te Format	Clear *	Sort & Filter *	Find & Select *	
Clip	board	Gi .	Font	15		Alignme	nt	G.	Number	TA		Styles		Ce	ls	E	diting		
	C	:3	<b>▼</b> (*	<i>f</i> <sub>x</sub> =C2+	(D2+2*E2+2*	F2+G2)/6			1	1	/								×
A.	A	В	С	D	E	F	G	н	1	11	K	L	M	N	0	Р	Q	R	
1	i	xi	yi	k1	k2	k3	k4		h										
2	0	-	1 -3	1	0,6601563	0,8054361	0,5216912	/	0,25										
3	1	-0,7	-2,257854	0,568406	0,4547149	0,4938551	0,3994233	/											
4	2	-0,	-1,780359	0,40983	0,3602666	0,3752946	0,3335435	Zv	ýšiť počet	Z	nížiť počet								
5	3	-0,2	-1,411277	0,337141	0,3123167	0,3192918	0,2981077	de	esatinných mi	est d	esatinných i	niest							
6	4		-1,094866	0,299683	0,286238	0,2898458	0,2782667												
7																			

Obr. 19: Zaokrúhľovanie vypočítaných hodnôt v bunkách oblasti.

## X(PLORE) pre Windows

X(PLORE) pre Windows patrí k matematickým softvérom. V týchto skriptách ho budeme používať hlavne na kreslenie grafov funkcií. V úvode si povieme niektoré dôležité informácie potrebné k práci v tomto programe.

Pracovná plocha sa delí na jednotlivé položky, ktoré sú od seba oddelené vodorovnou čiarou. Každá položka má dve časti

- vstupnú (input), do ktorej zadávame príkazy,
- vystupnú (output), v ktorej sa zobrazuje výsledok.

Vykonanie príkazu dosiahneme stlačením klávesu Enter, týmto zároveň prejdeme na novú položku. Desatinné čísla sa v tomto programe zapisujú pomocou desatinnej bodky, nikdy nie pomocou čiarky. Čiarka sa používa v príkazoch ako symbol pre oddeľovanie položiek. Na zaokrúhľovanie nám slúži tlačidlo Digits, pomocou neho môžeme nastaviť počet platných cifier čísla.

#### Operácie

Aritmetické operácie robíme pomocu symbolov, ktorých príklad je v tabuľke 1.

#### Funkcie

Forma zápisu niektorých funkcií v X(PLORE) sa nachádza v tabuľke 2.

#### Grafika

Grafy funkcií y = f(x) kreslíme pomocou príkazu

$$\operatorname{graph}(f(x), x = a \quad \text{to} \quad b).$$

Na obr. 20 je ukážka nakreslenia grafu funkcie  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 5$  na intervale  $\langle -5; 5 \rangle$ . Po kliknutí na Expand graph sa graf zväčší na celú plochu obrazovky. Na určenie súradníc

Operácia	Symbol	Príklad	Realizácia
sčítanie	+	4 + 6	4+6
odčítanie	_	5 - 2	5-2
násobenie	*	5 * 2	$5^{*}2$
delenie	/	10/2	10/2
umocňovanie	~	$10^{2}$	$10^{\land}2$

Tabuľka 1: Aritmetické operácie.

Funkcia	Zápis	Príklad	Realizácia
$\sqrt{x}$	$\operatorname{sqrt}(\mathbf{x})$	$\sqrt{10}$	$\operatorname{sqrt}(10)$
$\sqrt[n]{x}$	root (x,n)	$\sqrt[3]{10}$	root (10,3)
$\sin x$	$\sin(x)$	$\sin \frac{\pi}{2}$	$\sin (pi/2)$
$\cos x$	$\cos(x)$	$\cos \frac{\pi}{4}$	$\cos (pi/4)$
$\operatorname{tg} x$	$\tan(\mathbf{x})$	$\tan \frac{\pi}{3}$	$\tan (pi/3)$
$\cot g x$	$\cot(\mathbf{x})$	$\cot g \frac{\pi}{4}$	$\cot (pi/4)$
$\arcsin x$	asin $(x)$	$\arcsin \frac{1}{2}$	asin $(1/2)$
$\arccos x$	acos(x)	arccos 1	$a\cos(1)$
$\operatorname{arctg} x$	$\operatorname{atan}(\mathbf{x})$	arctg 1	atan $(1)$
$e^x$	$\exp(x)$	$e^2$	$\exp(2)$
$\ln x$	$\ln(x)$	$\ln 3$	$\ln(3)$
$\log_{10} x$	$\log 10(x)$	$\log_{10} 5$	$\log 10(5)$

Tabuľka 2: Funkcie.

priesečníkov čiar na obrazovke používame vlasový kríž, zobrazí sa nám po kliknutí myšou na požadovanom mieste v grafe.

Časť krivky danej implicitne rovnicou f(x,y)=0a bodom $A=[a_0,\,a_1]$  kreslíme pomocou príkazu

$$levelc(f(x, y) = 0, x = a_0, y = a_1).$$

Na obr. 21 je nakreslený graf krivky danej predpisom  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy$  a bodom A = [1, 1].



Obr. 20: Graf funkcie  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 5$ .



Obr. 21: Graf krivky  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy$ .

#### Derivovanie

Na výpočet derivácie funkcie f(x) používame príkaz

 $\operatorname{dif}(f(x), x).$ 

K výpočtu napríklad tretej derivácie výrazu $x^5-2x^3+5$ v bodex=2použijeme príkaz

$$dif(x^5 - 2x^3 + 5, x = 2, 3).$$

Parciálne derivácie prvého rádu funkcie z=f(x,y),k<br/>de napríklad  $f(x,y)=x^2+y^2-2xy,$ vypočítame pomocou príkazov

$$\operatorname{dif}(f(x,y), x), \qquad \operatorname{dif}(f(x,y), y).$$

Príklad výpočtu derivácií v X(PLORE) je na obr. 22.

#### Integrovanie

Pre výpočet určitého integrálu  $\int_{a}^{b} f(x) dx$ , používame príkaz

$$in(f(x), x = a \text{ to } b).$$

Na obr. 23 je ukážka výpočtu určitého integrálu  $\int_1^2 x^2 \,\mathrm{d}x$  vX(PLORE).Výsledok je zapísaný v tvare  $2.33333 \pm 5.2e - 14$ , čo znamená  $2.33333 \pm 5.2 \cdot 10^{-14}.$ 

🙀 File Edit Options Window	Help				
New Cont Copy Dent Dant	AutoCalc On	Enter = Execute	Radians	2dGraph	3dBorde
Open Cut Paste Print	ReCalc	Float Fractions	Digits	Colors	Hel
> dif( x^5-2x^3+5,x)					
>>	ans1 :	= -6*x^2+5*x^	4		
> dif( x^5-2x^3+5,x=2,3)					
>>	a	ns2 = 228			
> dif( $x^{2+y^{2-2}x*y}$ , x)					
>>	ans	3 = -2 * y + 2 * x			
> dif( $x^{2+y^{2-2}x*y}$ , y)					
>>	ans	4 = 2 * y - 2 * x			

Obr. 22: Derivovanie.

New	Copy	Derest	AutoCalc On	Enter = Execute	Radians	2dGraph	3dBorders C
Open	Cut	Print	ReCalc	Float Fractions	Digits	Colors	Help

Obr. 23: Integrovanie.

## Riešenie systému rovníc

Ak máme riešiť sústavu rovníc

$$f(x, y) = 0$$
$$g(x, y) = 0,$$

so začiatočnou aproximáciou  $(x_0, y_0)$ , použijeme príkaz

solve
$$(f(x, y) = 0, g(x, y) = 0, x = x_0, y = y_0).$$

Na obr. 24 je príklad riešenia systému rovníc

$$x^{2} + y^{2} - 2x - 3 = 0$$
$$x^{2} - y^{2} - 2 = 0.$$

>	solve	(x^2+y^2-2x-3=0, x^2-y^2-2=0, x=1, y=1)	
>>		x = 2.15831239517770	e
		y = 1.63043319249140	eo

Obr. 24: Riešenie systému rovníc.