



## VYUŽITIE VZŤAHOV MEDZI KRITÉRIAMI PRE URČENIE OPTIMÁLNEJ STROMOVEJ ŠTRUKTÚRY PRE METÓDU AHP

### EXPLOITATION OF RELATIONS AMONG CRITERIONS FOR DEFINING THE OPTIMAL TREE STRUCTURE FOR AHP METHOD

*Ivana Roháčová, Dušan Malindžák<sup>1</sup>,*

<sup>1</sup> *Fakulty of Mining, Ecology, Process Control and Geotechnology, Technical university of  
Košice, Logistics Institute of Industry and Transport, Košice, Slovakia, e-mail:*

*[Ivana.rohacova@tuke.sk](mailto:Ivana.rohacova@tuke.sk), [dušan.malindzak@tuke.sk](mailto:dušan.malindzak@tuke.sk)*

**Abstrakt:** Nasledujúci text sa zaoberá spôsobom, ako vytvoriť stromovú štruktúru pre AHP metódu. Pred tým je však potrebné ohodnotiť všetky väzby medzi kritériami. Toto ohodnocovanie smeruje k definovaniu potenciálu kritéria ovplyvňovať ostatné kritéria. Na základe tohto potenciálu nie je stromová štruktúra vytvorená iba náhodne, ale každé kritérium sa nachádza na danej pozícii podľa logických princípov. Následne je popísaný postup pridelovania váh jednotlivým kritériám.

**Kľúčové slová:** pseudo- strom, väzby, metóda AHP, kritérium

**Abstract:** This paper describes the way how to create the tree structure for AHP method. Before the creation, there is a need to evaluate all relations-connections among criterions. This evaluation leads to defining the potential of criterion to affects other criterions. Based on this potential the tree structure is not made only by accident, but each single criterion is placed on certain level according to logical principles. Consequently is there described the process of weight assignation to particular criterions.

**Key words:** pseudo-tree, relations, AHP method, criterion



## 1 ÚVOD

Analytický hierarchický proces je metóda využívaná pre multikriteriálne rozhodovanie, respektíve hodnotenie. Je to flexibilný model pre riešenie problémov, ktoré majú niekoľko možných alternatív. AHP je realizovaná expertnou a následne matematickou metódou, ktorá rozdeľuje hlavný problém do menších a viac detailnejších elementov. AHP má viacero rôznych oblastí, v ktorých môže byť využitá. Je vhodnou metódou pre hodnotenie firiem, kde množina kritérií vedie k ich objektívnemu hodnoteniu.

Samotnej metóde predchádza vyselektovanie kritérií, ovplyvňujúcich hodnotiaci subjekt, a vytvorenie pseudo-stromu, ktorý je východiskom pre pridelovanie váh jednotlivým kritériám, čo je podstatou tejto metódy AHP. Na rozdiel od predchádzajúcich prístupov k vytváraniu pseudo-stromu[2] nasledujúci text popisuje novú myšlienku, ako je ho možné vytvoriť tak, aby nešlo len o náhodný, logicky nepodložený proces.

## 2 PROCES VÝBERU KRITÉRIÍ HODNOTENIA A DEFINÍCIA VZŤAHOV MEDZI NIMI

Nakoľko ide o multikriteriálne rozhodovanie, je potrebné pred samotným rozhodovacím procesom vybrať a zoskupiť všetky kritéria, ktoré ovplyvňujú rozhodovací subjekt. Pre názornejšie vysvetlenie jednotlivých postupov budeme používať nasledujúci súbor kritérií.

k1-cena

k2-náklady na výrobu

k3-náklady na údržbu

k4-kvalita

k5-variabilita produktov

k6-flexibilná cena

Ďalším krokom je definovanie vzťahov medzi jednotlivými kritériami. Novou myšlienkou v tomto kroku je, že korelácia môže nastať medzi každými dvoma

## 1 INTRODUCTION

Analytic hierarchy process (AHP) is a method used for multicriteria decision-making or evaluation. It is a flexible model for decision-making in situation when problem has several possible solutions. AHP is performed using the expert and subsequently mathematic method by which the main problem is structured into smaller and more detailed elements. There are several areas, where AHP can be applied. It is an appropriate method for evaluation of companies where set of criteria lead to right evaluation.

Prior to the method itself criteria are selected which affect evaluating subject and creation of the pseudo-tree as the base for weight attachment to respective criteria and this is what the AHP method is based on. Contrary to previous attitudes to the pseudo-tree creation [2] a new idea is described in the following text as how to create the pseudo-tree in order it is not an accidental and logically unsubstantiated process.

## 2 PROCESS OF CRITERIA SELECTION AND DEFINITION THE RELATIONS BETWEEN THEM

Since it is a multicriteria decision-making, it is necessary to select and group all criteria affecting the decision-making. For good illustrative of individual procedures the following set of criteria will be used.

k1-price

k2-production costs

k3-maintenance costs

k4-quality

k5-product variability

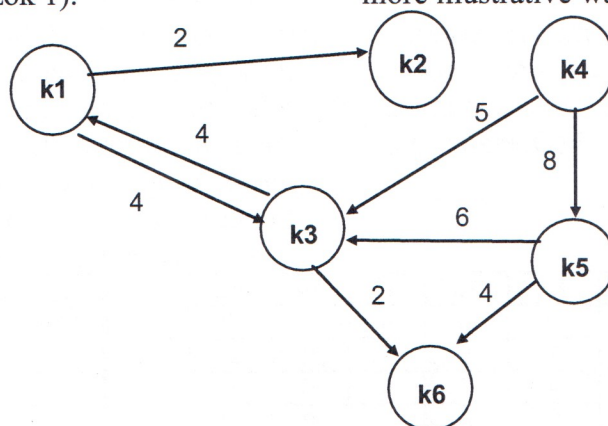
k6-flexible price

The next step is to define relations between individual criteria. The new idea involved in this step is that the correlation may occur between each two criteria and also that one criterion may be at the same time



kritériami a tiež to že jedno kritérium môže byť súčasne podkritériom pre viac ako jedno nadradené kritérium.

Vhodným prostriedkom definovania vzťahov je vytvorenie incidenčnej matice  $|IM|$  a zaradiť do nej všetky kritéria, aby bolo možné ako bolo spomínané ohodnotiť väzbu medzi každými dvoma kritériami. Na vyjadrenie sily ovplyvnenia dvoch korelujúcich kritérií pre daný hodnotiaci subjekt je vhodné použiť škálu hodnotenia (kardinálna miera) od 0 po 9. Názornejšie je toto vyjadrenie väzieb vidieť na nasledujúcom ohodnotenom, orientovanom sieťovom grafe (Obrázok 1).



**Obr. 1** Sieťový graf  
**Fig. 1** Network chart

subcriterion for more than just one superior criterion.

The appropriate mean to define relations is to create the incidental matrix  $|IM|$  and include all criteria in it in order it is possible to evaluate the relation between each two of them as has already been mentioned. In order to express the intensity of affection of the two correlating criteria for the given evaluating subject it is suitable to use the evaluation scale (cardinal rate) from 0 to 9. The expression of these relations is shown in the following evaluated, oriented network chart in the more illustrative way (Figure 1).

### 3 VÝPOČET KRITÉRIÍ

### POTENCIÁLU

Prvky incidenčnej matice budú definované nasledovne. Hodnoty na hlavnej diagonále sú rovné číslu nula:

$$(IM_{i,j} = 0), ak i = j$$

Nulu taktiež dosadíme do každého prvku matice, ktoré zastupuje neexistujúci vzťah dvoch kritérií. Ostatné prvky v matici dosadzujeme podľa jednoduchého princípu, a to, že hodnoty  $(v_{i,j})$  väzieb medzi  $k_i$  a  $k_j$ :

$$(IM_{i,j} = v_{i,j}), ak i \neq j$$

### 3 CALCULATION OF CRITERION POTENTIAL

The elements of incidental matrix will define in the following ideas. The values on the main diagonal are equal to zero:

$$(IM_{i,j} = 0), if i = j$$

Zero will also be assignment in each element of the  $|IM|$  element representing non-existing relation of the two criteria. Other element of the  $|IM|$  shall be filled according to a simple principle that the values  $(v_{i,j})$  of relations between  $k_i$  and  $k_j$ :

$$(IM_{i,j} = v_{i,j}), if i \neq j$$



Po vytvorení |IM| a po pridelení číselných hodnôt vyjadrujúcej silu závislosti jedného kritéria na druhom je potrebné zvoliť (vypočítať) hlavné kritérium, resp. **potenciál kritéria ovplyvňovať ostatné kritéria**. Hlavné kritérium, ktoré by hodnotilo firmu ako celok, by mohlo vyjadrovať konkurenčnú schopnosť, resp. hodnotu, cenu firmy. Definovaním hlavného kritéria predurčíme štruktúru rozhodovacieho stromu, čiže presnú pozíciu daných kritérií na jednotlivých úrovniach. K zisteniu, ktoré kritérium má akú silu voči ostatným použijeme nasledujúci postup: spočítame sily väzieb kritérií v každom riadku matice kritérií, čím dostaneme tzv. potenciál pre výpočet váh. V našom prípade sa hlavným kritériom stáva kritérium č. 3 (Obrázok 2).

Following the creation of the |IM| and assignment of numerical values expressing the intensity of relation of one criterion on the other it is necessary to select (calculate) the main criteria or **the potential of the criterion to affect other criteria**. The main criterion that would evaluate the company as a whole could express competitiveness or the goodwill, value of the company. By defining the main criterion the structure of the decision-making tree will be predetermined, i.e. accurate position of the given criteria at respective levels. In order to find out which criterion affects other criteria with what intensity the following procedure will be applied: the intensities of the criteria relations in each line of matrix will be counted together thus so called *potential for the weight calculation* will be obtained. In our case the criterion No. 3 becomes the main criterion No. 3 (Figure 2).

kritérium	k1	k2	k3	k4	k5	k6	spolu
k1	0	0	4	0	0	0	4
k2	2	0	0	0	0	0	2
k3	4	0	0	5	6	0	15
k4	0	0	0	0	0	0	0
k5	0	0	0	8	0	0	0
k6	0	0	2	0	4	0	6

Obr. 2 Matica kritérií s ohodnotenými väzbami

Fig. 2 Criterion matrix with evaluated relations

#### 4 NÁVRH ŠTRUKTÚRY PSEUDO-STROMU

Metódy multikritériálneho rozhodovania vychádzajú zo stromovej štruktúry kritérií. Na vytvorenie stromovej štruktúry použijeme ako východzí sieťový graf, v ktorom sme vyjadrovali jednotlivé väzby (Obrázok 1). Hlavné kritérium, sa pre nás stáva rozhodujúcim a zaradíme ho na vrchol tohto pseudo-stromu. Toto hlavné kritérium sa vlastne dostáva do prvej úrovne. Ostatné kritéria klesajú do nižších úrovní, kde sa zaradia automaticky podľa jednoduchého princípu. Týmto princípom je, že hlavné kritérium akoby uchopíme a ťaháme ho hore nad všetky ostatné, zvyšné kritéria sa podľa väzieb usporiadajú pod neho [3]. Teda do druhej úrovne sa

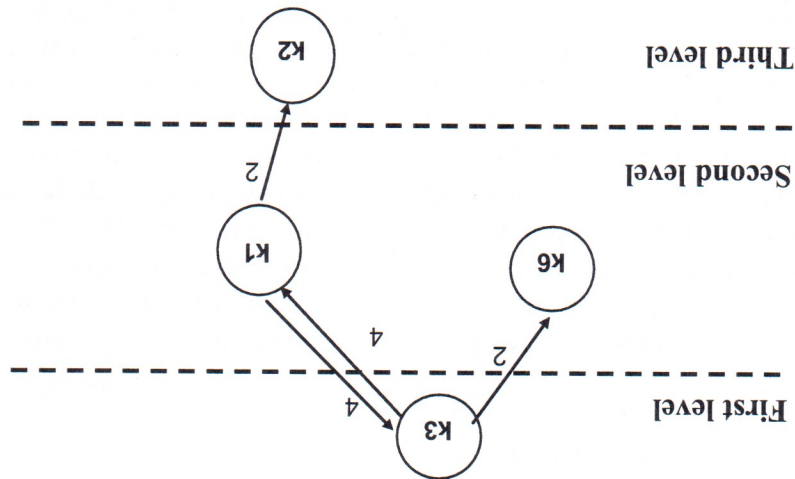
#### 4 PSEUDO-TREE STRUCTURE DESIGN

The methods of the multicriteria decision-making result from the tree structure of criteria. In order to create tree structure the network chart in which respective relations were expressed will be used as the base (Fig. 1). The main criterion becomes critical for us and it will be placed on the top of this pseudo-tree. It means this main criterion gets at the first level. Other criteria drop to lower levels where they are placed automatically according to a simple principle. It is the principle in accordance with which the main criterion is like grabbed and pulled up above all others, remaining criteria will be ordered below it according to the relations [3].



dostávajú len tie kritéria, ktoré priamo ovplyvňujú hlavné kritérium. V našom prípade je to kritérium 1 a 6. Do ďalšej úrovně sa zase dostávajú len tie, ktoré priamo ovplyvňujú kritéria z druhej úrovně. Takto sme vytvorili pseudo – strom (Obrázok 3), kde usporiadanie jednotlivých kritérií nie je len subjektívnou a náhodnou záležitosťou, ale každé kritérium sa nachádza na danej pozícii opodstatnene a podľa istých zásad a logických princípov (teda podľa predchádzajúceho postupu).

It means, that only the criteria, which directly connected to the main criterion, get to the second level. In our case these include the criteria 1 and 6. The criteria directly affecting criteria at the second level get to the next level. This way the pseudo-tree has been created (Figure 3), where the order of respective criteria is not only a subjective and accidental matter but each criteria is placed at the given position justifiably and according to certain principles and logical principles (i.e. according to the procedure above).



Obr. 3 Vysledná podoba pseudo-stromu  
Fig. 3 Resulting form of the pseudo-tree

## 5 VÝPOČET VÁH KRITÉRIÍ

### 5 THE CALCULATION OF THE CRITERION WEIGHTS

Po vytvorení pseudo-stromu sa prepočítajú potenciálny kritérii z  $|IM|$ , na váhy pre jednotlivé kritéria.

Postup je nasledovný:

Pomer potenciálov vyjadruje pomer váh daných kritérií na jednotlivých úrovniach. Musí platiť že súčet váh kritérií na istej úrovni sa rovná jednej. Aby mohla byť táto podmienka splnená je potrebné v pomere previesť jednotlivé potenciály. Teda napríklad na druhej úrovni je nasledovný súčet potenciálov kritérií rovny 10 (6+4).

The procedure shall be as follows:

When the pseudo-tree is created the next step is the calculation of the criterion weights from its potentials in  $|IM|$ .

The potential proportion expresses the proportion of weights of the given criteria at respective levels. It shall thus apply that the sum of the criteria weights at certain level is equal to one. In order this condition is met, respective potentials shall be transferred proportionally. That is, for



Podľa princípu postupujeme pri vytváraní váh pre každé kritérium.

- Na prvej úrovni sa nachádza jedno hlavné kritérium  $k_3$ , ktorého váha sa rovná 1.
- Na druhej úrovni sú dve kritéria, ktorých váhy sú:  $k_1=0,4 = 4/10$  a  $k_6=0,6 = 6/10$ .
- A na tretej úrovni je tiež len jedno kritérium  $k_2$ , ktorého váha je 1.

Takto sme získali váhy pre jednotlivé kritéria, ktoré si v úplnom začiatku rozhodujúci sa subjekt vybral.

## 6 ZÁVER

Tieto nové myšlienky v prípravnom procese pre AHP metódu robia vytváranie pseudo- stromu a pridelovanie váh kritériám viac logické, založené na opodstatnených vzťahoch. Toto všetko vedie k objektivizácii v procese multikritériálneho hodnotenia (rozhodovania).

example, at the second level the sum of criteria potentials is equal 10 (6+4). The same principle shall be applied in creation of weights for each criterion.

- At the first level there is one main criterion  $k_3$ , the weight of which is equal to 1.
- At the second level there are two criteria the weights of which are:  $k_1=0.4 = 4/10$  and  $k_6=0.6 = 6/10$ .
- At the third level there is also only one criterion  $k_2$ , the weight of which is 1.

This way the weights have been obtained for respective criteria selected at the very beginning by the decision-making subject.

## 6 CONCLUSION

These new ideas in the preparatory process for the AHP method make the creation of the pseudo-tree and attachment of weights to criteria more logical and based on justified relations. This results in objectification of the multicriteria evaluation (decision-making) process.

### Literatúra / References

- [1] Roháčová, Ivana – Pseudo expertný systém pre ekonomickú analýzu výrobných a logistických systémov. Košice:2006. 84s. príloha č.2. s. 80-84.
- [2] Takala, J.- Hirvelä, J.- Galczynska, A. – Lehtonen, M. – Rinta-Rahko, S. – Virta, K.: Competitive priorities of manufacturing strategy-case Wärtsilä Vaasa. Vaasa, Fínsko: University of Vaasa, Industrial Mangement, 2003.
- [3] Malindžák, Dušan: Production logistic 1, Košice: Štroffek Publishing, 1998, 169s.

*Recenzia/Review: Ing. Andrea Rosová, PhD.*