



REGRESNÁ ANALÝZA ŠPECIFICKÝCH MATEMATICKÝCH MODELOV ZÍSKANÝCH PRI SKÚŠKACH DOPRAVNÝCH PÁSOV PROTI PRIERAZU

Štefan Berežný¹ a Anna Grinčová²

Kľúčové slová: conveyor belt, factures, test and approximation

Abstrakt:

Poškodzovanie dopravného pásu prierazmi vedie k jeho postupnému zničeniu a tým vznikajú používateľovi veľké ekonomické straty. Na základe publikovaného matematického modelu, ktorý popisuje sily pôsobiace na pás účinkom dopadu materiálu v tomto článku popisujeme tvorbu špecifických matematických modelov s využitím regresnej analýzy, ktoré sa snažia popísať pokles uvedených síl vzhľadom na nastavené parametre testovacieho zariadenia. Tento predpoklad vychádza z toho, že pri opakovaných dopadoch baranidla na testovaný dopravný pás dochádza k strate energie, ktorá sa pri meraniach prejavuje poklesom hodnôt meraných síl.

1. Úvod

V tomto článku popisujeme viacero špecifických matematických modelov, ktoré vyjadrujú funkčnú závislosť poklesu nameraných síl (F_r -rázová a F_n -napínacia) v čase. Pôsobenie rázovej sily F_r na dopravný pás má za následok postupné poškodzovanie dopravného pásu prierazmi. Takéto poškodzovanie pásu vedie k jeho postupnému zničeniu, čo spôsobuje používateľovi veľké ekonomické straty. Popis základného skúšobného zariadenia a zavedenie metodiky pre meranie uvedených síl na danom zariadení môžeme nájsť v článkoch [1], [2], [3]. Samotné matematické modely pre uvedené sily (F_r a F_n) sú podrobne popísané v článkoch [4], [5], [7]. Na základe publikovaných matematických modelov, ktoré popisujú sily pôsobiace na pás účinkom dopadu materiálu, sa v tomto článku snažíme popísať tvorbu špecifických matematických modelov s využitím regresnej analýzy. Získané funkčné závislosti sa snažia popísať reálny pokles uvedených síl vzhľadom na nastavené parametre testovacieho zariadenia. Tento predpoklad vychádza z toho, že pri opakovaných dopadoch baranidla na testovaný dopravný pás, dochádza k strate energie, ktorá sa pri meraniach prejavuje poklesom hodnôt meraných síl. V tomto článku uvádzame len tvar nameraných závislostí. Pre určenie energetickej straty sú potrebné ešte ďalšie merania po úprave testovacieho zariadenia. Tieto úpravy a aj samotné merania sú plánované v blízkej budúcnosti.

Okrem uvedených poznatkov sme využili aj základné myšlienky niektorých metodických postupov, ktoré sú popísané v článkoch [6], [8]. Okrem skúmania závislostí, ktoré popisujú, kedy môže dôjsť k prierazu dopravného pásu, má zmysel sa zaoberať aj kvalitatívnymi vlastnosťami dopravných pásov. Pre hodnotenie a popis kvalitatívnych vlastností dopravného pásu je možné využiť postupy z článku [9]. Ak k uvedeným postupom pridáme aj prognostiku pre životnosť dopravného pásu (je možné využiť model popísaný v článku [10]), tak získame nevyhnutné informácie, ktoré sú potrebné na vytvorenie optimalizačného problému, ktorého riešenie zabezpečí minimalizáciu ekonomických strát pri prevádzkovaní dopravných pásov.

2. Predpoklady pre tvorbu modelov

¹ RNDr. Štefan Berežný, PhD., Fakulta elektrotechniky a informatiky TU v Košiciach, Katedra matematiky a teoretickej informatiky, Némcovej 32, 042 00 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 2447, e-mail: Stefan.Berezny@tuke.sk

² RNDr. Anna Grinčová, PhD., Fakulta elektrotechniky a informatiky TU v Košiciach, Katedra matematiky a teoretickej informatiky, Némcovej 32, 042 00 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 3246, e-mail: Anna.Grincova@tuke.sk

Na vytváranie matematických modelov sme využili údaje z testov na prierez dopravného pásu, kde bola použitá vzorka gumotextilného dopravného pásu P630, guľová koncovka baranidla, hmotnosť baranidla bola 50, 60, 70, 80 a 90 kg. Pri testoch sa merali sily F_r a F_n , ktoré vznikali pri dopade baranidla s danou hmotnosťou na dopravný pás z výšok 2,6; 2,4; 2,2; a 2,0 m.

Pri jednom spustení testovacieho zariadenia sa do pamäte záznamového prístroja zapíše jednorázovo viac ako desaťtisíc údajov. Tieto údaje boli analyzované už v prácach [4, 5], ale aj napriek tomu bolo nevyhnutné vykonať ešte ďalšie analýzy týchto nameraných údajov, aby sme z nich získali hodnoty, nevyhnutné pre náš výskum. Všetky tieto hodnoty boli zapísané do prehľadných tabuliek, z ktorých sa potom vytvoril nový súbor údajov slúžiaci ako vstup pre analýzu v programe Matlab.

Celkovo pracujeme s 474 údajmi. Sily sme označili ako F_r a F_n . V našom súbore sila F_r zodpovedá vektoru E a sila F_n zodpovedá vektoru D. Čiastkové údaje z uvedených vektorov sú označené malými písmenami e alebo d a doplnené sú o číslo, ktoré zabezpečuje jednoznačnosť pri identifikácii viacerých podsúborov údajov z toho istého vektora. Vektor hmotností baranidla je označený písmenom A. Písmenom B sme označili vektor, ktorý obsahuje údaje o výške, z ktorej bolo baranidlo spúšťané na dopravný pás. Údaje o časovej stope prebiehajúceho pokusu sme označili písmenom C. Podobne ako pri silách, označili sme podsúbory údajov z vektorov A, B a C malými písmenami a , b alebo c a tiež sme k nim pridali aj prirodzené číslo, aby bola zabezpečená jednoznačnosť značenia.

3. Matematické modely síl vzhľadom na časovú stopu

V tejto kapitole ukážeme, ako vyzerajú funkčné závislosti síl F_r a F_n na čase pre zvolené parametre hmotnosti a výšky. Okrem funkčných predpisov uvádzame aj grafické závislosti pre jednotlivé hmotnosti baranidla a pre jednotlivé výšky.

Najprv uvádzame funkčné závislosti pre dopravný pás P630 a 50 kg baranidlo, púšťané z výšok 2,6; 2,4; 2,2 a 2,0 metra. Vo všetkých prípadoch sme predpokladali kvadratickú závislosť.

$$F_r = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 2 \text{ } 100 \rangle$$

$$F_n = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 2 \text{ } 100 \rangle$$

Intervaly spoľahlivosti pre jednotlivé koeficienty regresného modelu sú uvedené v tabuľkách za každým funkčným predpisom. Pre každú hmotnosť je vytvorený spoločný graf vypočítaných funkčných závislostí a nameraných hodnôt a zároveň v tabuľke sú uvedené základné charakteristiky pre každú funkčnú závislosť.

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,6 m: } F_r &= 17,83 - 0,01065 \cdot t + 1,266 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 50,22 - 0,015 \cdot t + 1,651 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Tab. 1 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 50kg a 2,6m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	16,03	19,63	49,12	51,32
k_1	- 0,01491	- 0,006381	- 0,0176	- 0,01239
k_2	- 8,122 · 10 ⁻⁷	3,344 · 10 ⁻⁶	3,807 · 10 ⁻⁷	2,92 · 10 ⁻⁶

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,4 m: } F_r &= 16,86 - 0,01072 \cdot t + 1,417 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 48,9 - 0,01508 \cdot t + 1,794 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Tab. 2 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 50kg a 2,4m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	16,09	17,63	47,14	50,67
k_1	- 0,01263	- 0,008808	- 0,01943	- 0,01072
k_2	4,479 · 10 ⁻⁷	2,386 · 10 ⁻⁶	- 4,17 · 10 ⁻⁷	4,005 · 10 ⁻⁶

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,2 m: } F_r &= 15,53 - 0,01031 \cdot t + 1,4 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 47,34 - 0,01461 \cdot t + 1,753 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Tab. 3 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 50kg a 2,2m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	14,9	16,17	46,45	48,23
k_1	- 0,01198	- 0,008649	- 0,01694	- 0,01228
k_2	$5,052 \cdot 10^{-7}$	$2,295 \cdot 10^{-6}$	$4,969 \cdot 10^{-7}$	$3,01 \cdot 10^{-6}$

Výška 2,0 m: $F_r = 14,44 - 0,009861 \cdot t + 1,401 \cdot 10^{-6} \cdot t^2$ (4)
 $F_n = 45,75 - 0,01419 \cdot t + 1,792 \cdot 10^{-6} \cdot t^2$

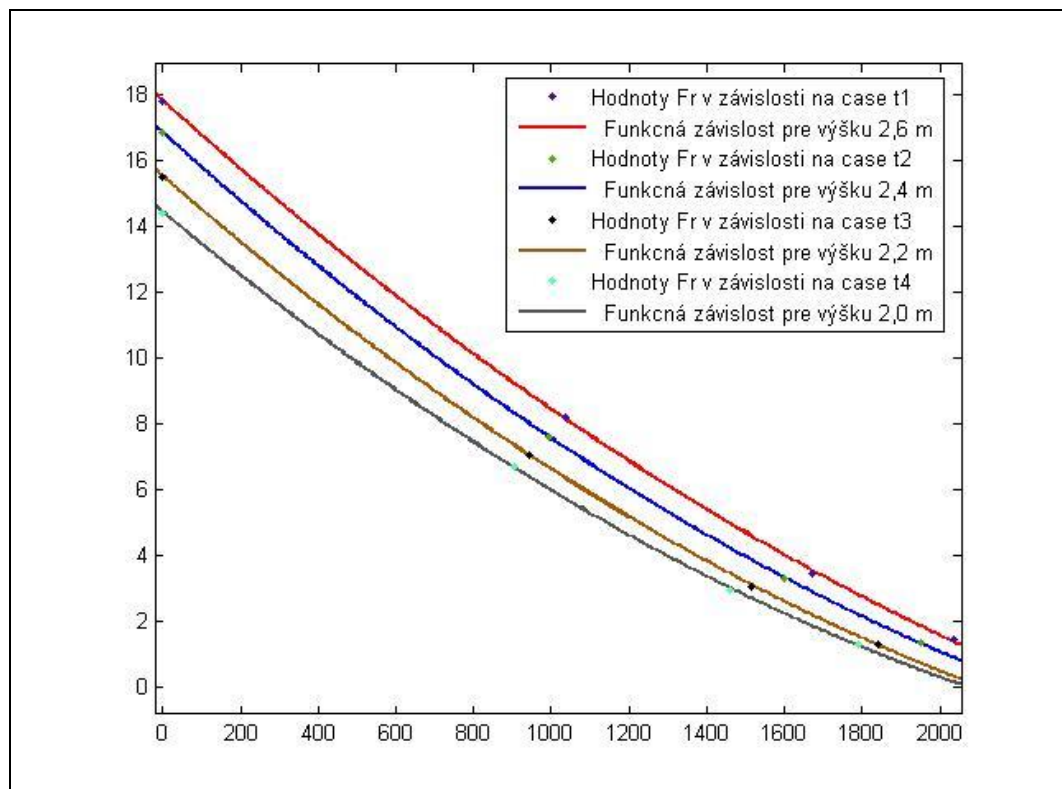
Tab. 4 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 50kg a 2,0m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	13,59	15,29	41,74	49,76
k_1	- 0,01214	- 0,007582	- 0,02497	- 0,003414
k_2	$1,395 \cdot 10^{-7}$	$2,662 \cdot 10^{-6}$	$- 4,173 \cdot 10^{-6}$	$7,756 \cdot 10^{-6}$

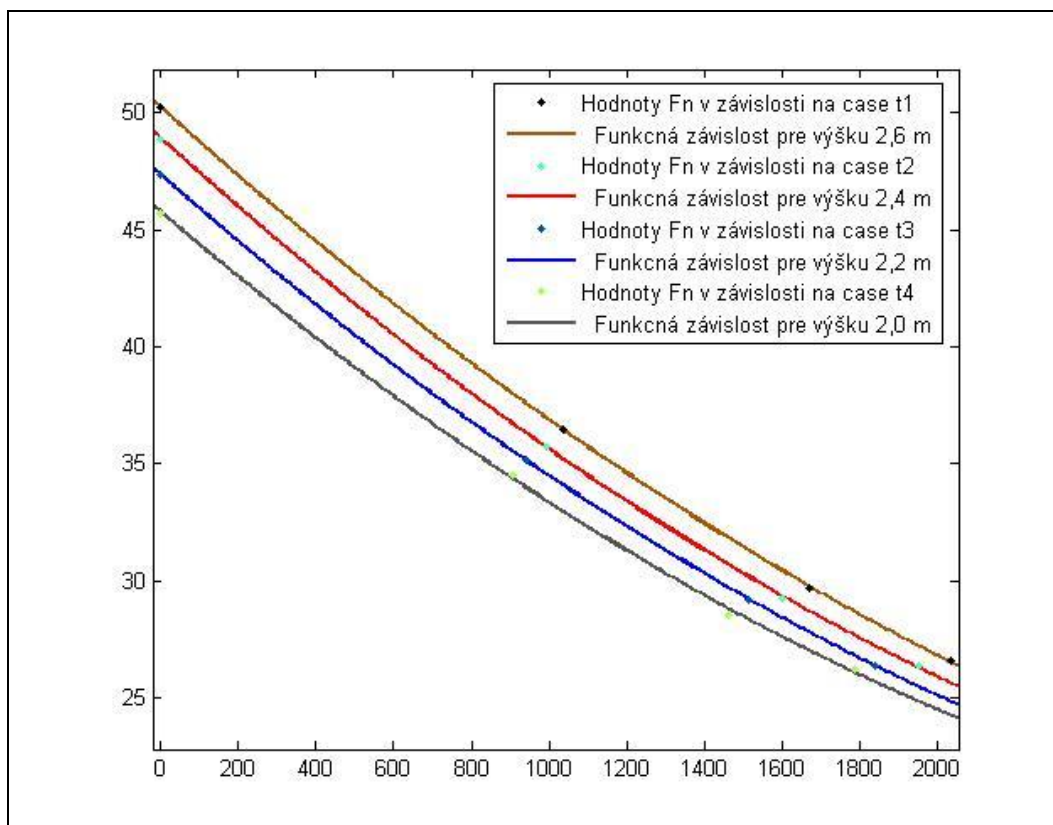
Tab. 5 Základné charakteristiky pre modely s hmotnosťou baranidla 50kg

	Výška	SSE	R^2	Adj R^2	RMSE
Sila F_r	2,6 m	0,02021280817340	0,99987321987074	0,99961965961222	0,14217175589196
	2,4 m	0,00373117845935	0,99997383060369	0,99992149181108	0,06108337301879
	2,2 m	0,00251224969035	0,99997908293018	0,99993724879055	0,05012234721509
	2,0 m	0,00448956142798	0,99995612043761	0,99986836131283	0,06700418963008
Sila F_n	2,6 m	0,00754704699662	0,99997715100167	0,99993145300502	0,08687374169806
	2,4 m	0,01941659807729	0,99993544397457	0,99980633192371	0,13934345365783
	2,2 m	0,00494945558017	0,99998087393666	0,99994262180999	0,07035236726772
	2,0 m	0,10039776928802	0,99955810777772	0,99867432333315	0,31685607030325

Z hodnôt uvedených v Tab. 5 je vidieť, že horeuvedené funkčné závislosti (1) až (4) veľmi dobre popisujú namerané hodnoty. Hodnoty R^2 aj Adj R^2 sú blízke hodnote 1 a chyby SSE aj RMSE sa blížia k hodnote nula.



Obr. 1 Grafy funkčných závislostí F_r pre hmotnosť baranidla 50 kg



Obr. 2 Grafy funkčných závislostí F_n pre hmotnosť baranidla 50 kg

Grafy na Obr. 1 zobrazujú popísané funkčné závislosti (1) až (4), ktoré majú približne rovnaký tvar, len sú posunuté, keďže zmenou výšky baranidla sa zmenili aj hodnoty sily F_r , ale nezmenil sa tvar závislosti na čase t . Na Obr 2 vidíme, že tvary funkčných závislostí pre silu F_n zodpovedajúce jednotlivým výškam sú rovnaké a sú len posunuté vzhľadom na nadobudnuté hodnoty. Zároveň je vidieť, že úbytok hodnôt pre silu F_r aj F_n má podobný tvar, čo potvrdzuje už predošlé poznatky o lineárnej závislosti medzi týmito silami.

Podobne vyjadríme funkčné závislosti pre dopravný pás P630 a 60 kg baranidlo, púšťané z výšok 2,6; 2,4; 2,2 a 2,0 metra. Opäť sme vo všetkých prípadoch predpokladali kvadratickú závislosť.

$$F_r = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 2\ 500 \rangle$$

$$F_n = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 2\ 500 \rangle$$

Intervaly spoľahlivosti pre jednotlivé koeficienty regresného modelu sú uvedené v Tab. 6 až Tab. 9. V Tab. 10 sú uvedené základné charakteristiky pre každú funkčnú závislosť. Uvádzame štandardné chyby SSE a RMSE. Podobne pre overenie oprávnenosti daného modelu sme vypočítali aj koeficienty R^2 a $Adj\ R^2$. Obr. 3 znázorňuje grafy funkčných závislostí (5) až (8) pre silu F_r a Obr. 4 znázorňuje grafy funkčných závislostí (5) až (8) pre silu F_n .

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,6 m: } F_r &= 21,99 - 0,01105 \cdot t + 1,08 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 54,02 - 0,0135 \cdot t + 7,693 \cdot 10^{-7} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Tab. 6 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 60kg a 2,6m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	19,76	24,23	51,65	56,39
k_1	- 0,01585	- 0,00625	- 0,01859	- 0,008405
k_2	- 1,044 · 10 ⁻⁶	3,205 · 10 ⁻⁶	- 1,485 · 10 ⁻⁶	3,023 · 10 ⁻⁶

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,4 m: } F_r &= 20,8 - 0,01231 \cdot t + 1,626 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 52,67 - 0,01562 \cdot t + 1,594 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Tab. 7 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 60kg a 2,4m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	16,68	24,92	40,17	65,17
k_1	- 0,02185	- 0,002769	- 0,04459	- 0,01334
k_2	- 2,926·10 ⁻⁶	6,178·10 ⁻⁶	- 1,223·10 ⁻⁵	1,542·10 ⁻⁵

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,2 m: } F_r &= 19,33 - 0,01133 \cdot t + 1,48 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 50,87 - 0,01398 \cdot t + 1,207 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad \dots(7)$$

Tab. 8 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 60kg a 2,2m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	18,69	19,97	49,03	52,72
k_1	- 0,01283	- 0,009839	- 0,01829	- 0,009668
k_2	7,589·10 ⁻⁷	2,201·10 ⁻⁶	- 8,72·10 ⁻⁷	3,286·10 ⁻⁶

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,0 m: } F_r &= 17,94 - 0,01208 \cdot t + 1,915 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 48,96 - 0,01681 \cdot t + 2,702 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad \dots(8)$$

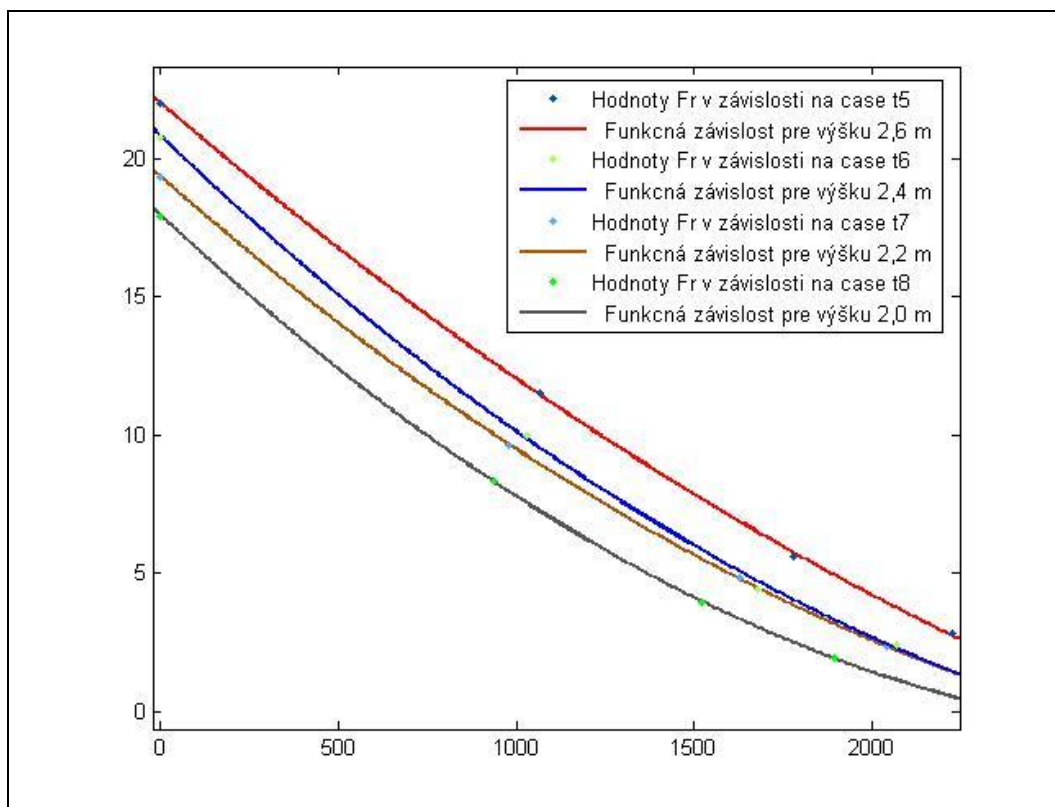
Tab. 9 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 60kg a 2,0m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	16,87	19,00	46,71	51,22
k_1	- 0,01477	- 0,009389	- 0,02248	- 0,01113
k_2	5,123·10 ⁻⁷	3,317·10 ⁻⁶	- 2,583·10 ⁻⁷	5,662·10 ⁻⁶

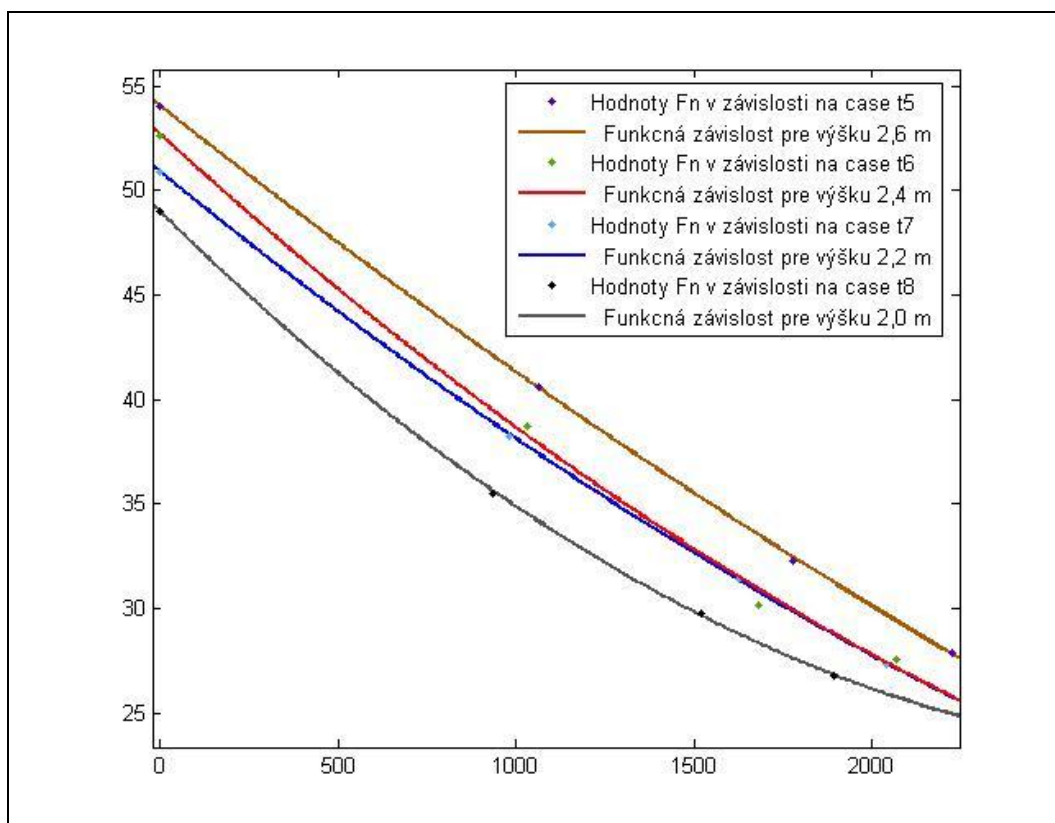
Tab. 10 Základné charakteristiky pre modely s hmotnosťou baranidla 60kg

	Výška	SSE	R^2	Adj R^2	RMSE
Sila F_r	2,6 m	0.03128258939206	0.99985476296921	0.99956428890764	0.17686884799777
	2,4 m	0.10589977911173	0.99947808018649	0.99843424055949	0.32542246251869
	2,2 m	0.00257338109475	0.99998475724726	0.99995427174178	0.05072850377009
	2,0 m	0.00713650280294	0.99995297468172	0.99985892404517	0.08447782432651
Sila F_n	2,6 m	0.03521337655297	0.99991103709644	0.99973311128933	0.18765227564026
	2,4 m	0.97648433334704	0.99744419451615	0.99233258354846	0.98817221846551
	2,2 m	0.02139208325157	0.99993302082062	0.99979906246185	0.14626032699118
	2,0 m	0.03179034418899	0.99989061834822	0.99967185504467	0.17829846939612

Z hodnôt uvedených v Tab. 10 je vidieť, že horeuvedené funkčné závislosti (5) až (8) veľmi dobre popisujú namerané hodnoty. Hodnoty R^2 aj $Adj R^2$ sú blízke hodnote 1, aj keď v porovnaní s modelmi pre iné hmotnosti sú pre niektoré výšky tieto hodnoty trochu menšie. Taktiež aj chyby SSE a RMSE sa blížia k hodnote nula, ale tiež pre niektoré výšky sú vypočítané hodnoty jemne zvýšené vzhľadom na modely pre iné hmotnosti baranidla. Z takto vypočítaných čísel a vzhľadom na dané hodnoty je veľmi ťažké posúdiť, či takéto minimálne zmeny niektorých hodnôt majú vplyv na tvar funkčnej závislosti alebo nemajú. Preto je výhodnejšie si pozrieť grafy na Obr. 3, ktoré zobrazujú popísané funkčné závislosti (5) až (8) pre silu F_r a grafy na obrázku Obr. 4, ktoré zodpovedajú funkčným závislostiam (5) až (8) pre silu F_n . Na týchto obrázkoch je vidieť, že síce modely dobre popisujú namerané hodnoty, ale krivky funkčných závislostí sa už od seba tvarom výraznejšie líšia, ako v prípade baranidla s hmotnosťou 50 kg. Takéto odchýlky v tvare by sme mohli interpretovať ako nepresné dáta, čo by znamenalo opakovať merania. Avšak vzhľadom na výsledky získané a popísané v článkoch [4], [5] môžeme túto možnosť vylúčiť, lebo popísané modely veľmi dobre vystihujú reálne situáciu. Druhá možnosť je omnoho viac pravdepodobná, že pri skúškach došlo k poškodeniu vnútornej štruktúry dopravného pásu P630, ktorú nebolo možné bežnou vizuálnou kontrolou zistiť. Takéto poškodenie má potom za následok, že pri dopade baranidla na dopravný pás sa inak pohltí určité množstvo energie, čím získame odlišný tvar funkčnej závislosti. Takéto zistenia zmeny tvaru pohlcovania energie dopravným pásom by mohli byť jednou z možností identifikovania vnútorných deformácií v dopravnom pásu bez toho, aby sa tento pás musel prerezať a ktoré by nebolo možné určiť bežnou vizuálnou kontrolou dopravného pásu. Taktiež je vidieť, že výraznejšia zmena je viditeľná pre silu F_n , aj keď aj pre silu F_r sú tieto zmeny jednoznačné.



Obr. 3 Grafy funkčných závislostí F_r pre hmotnosť baranidla 60 kg



Obr. 4 Grafy funkčných závislostí F_n pre hmotnosť baranidla 60 kg

Pre dopravný pás P630 a 70 kg baranidlo, púšťané z výšok 2,6; 2,4; 2,2 a 2,0 metra sme vo všetkých prípadoch predpokladali taktiež kvadratickú závislosť v tvare:

$$F_r = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 3\ 000 \rangle$$

$$F_n = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 3\ 000 \rangle$$

Intervaly spoľahlivosti pre jednotlivé koeficienty regresného modelu sú uvedené v Tab. 11 až Tab. 14. V Tab. 15 sú uvedené základné charakteristiky pre každú funkčnú závislosť (štandardné chyby SSE a RMSE a koeficienty R^2 a $Adj R^2$). Obr. 5 znázorňuje grafy funkčných závislostí (9) až (12) pre silu F_r a Obr. 6 zobrazuje grafy funkčných závislostí (9) až (12) pre silu F_n .

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,6 m: } F_r &= 25,97 - 0,01276 \cdot t + 1,455 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 58,62 - 0,01543 \cdot t + 1,467 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad \dots(9)$$

Tab. 11 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 70kg a 2,6m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	25,42	26,53	57,32	59,92
k_1	- 0,01358	- 0,01193	- 0,01737	- 0,0135
k_2	$1,188 \cdot 10^{-6}$	$1,722 \cdot 10^{-6}$	$8,425 \cdot 10^{-7}$	$2,091 \cdot 10^{-6}$

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,4 m: } F_r &= 24,62 - 0,01256 \cdot t + 1,473 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 57,32 - 0,01498 \cdot t + 1,306 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad \dots(10)$$

Tab. 12 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 70kg a 2,4m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	23,55	25,69	56,71	57,93
k_1	- 0,01443	- 0,01069	- 0,01604	- 0,01391
k_2	$7,768 \cdot 10^{-7}$	$2,169 \cdot 10^{-6}$	$9,081 \cdot 10^{-7}$	$1,703 \cdot 10^{-6}$

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,2 m: } F_r &= 23,01 - 0,0118 \cdot t + 1,33 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 55,45 - 0,01468 \cdot t + 1,333 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad \dots(11)$$

Tab. 13 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 70kg a 2,2m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	22,5	23,53	53,43	57,47
k_1	- 0,01273	- 0,01086	- 0,01832	- 0,01103
k_2	$9,69 \cdot 10^{-7}$	$1,69 \cdot 10^{-6}$	$- 7,352 \cdot 10^{-8}$	$2,74 \cdot 10^{-6}$

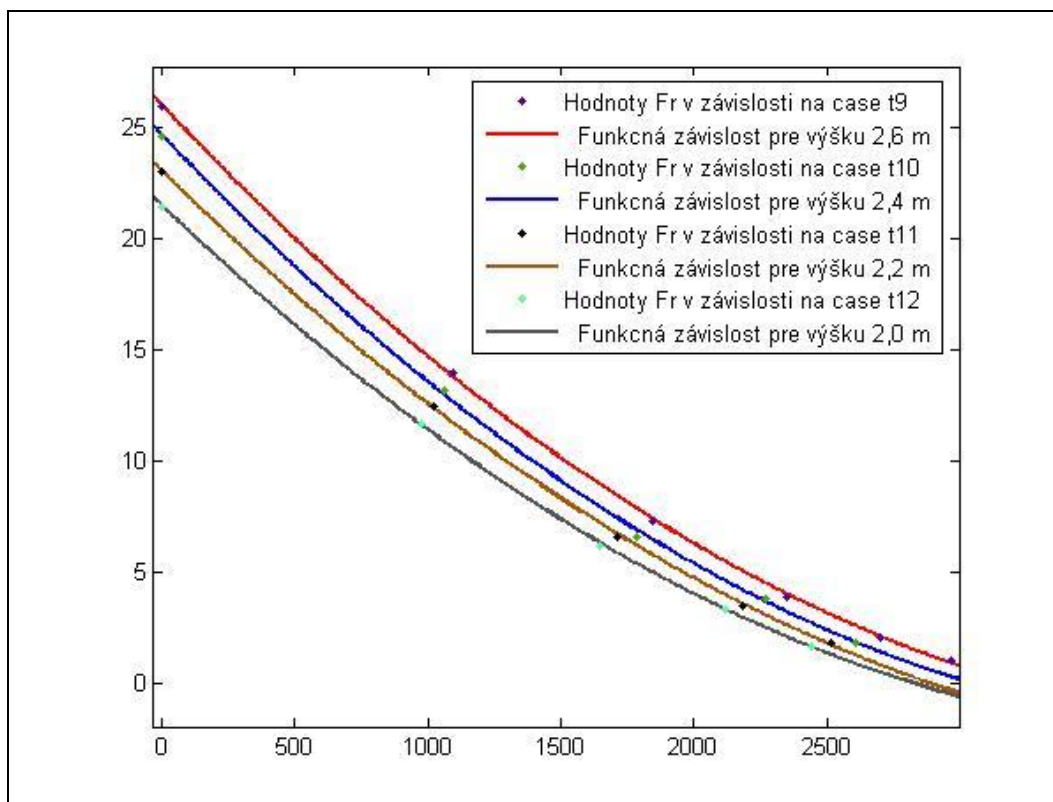
$$\begin{aligned} \text{Výška 2,0 m: } F_r &= 21,45 - 0,01144 \cdot t + 1,363 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 53,45 - 0,01407 \cdot t + 1,252 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad \dots(12)$$

Tab. 14 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 70kg a 2,0m

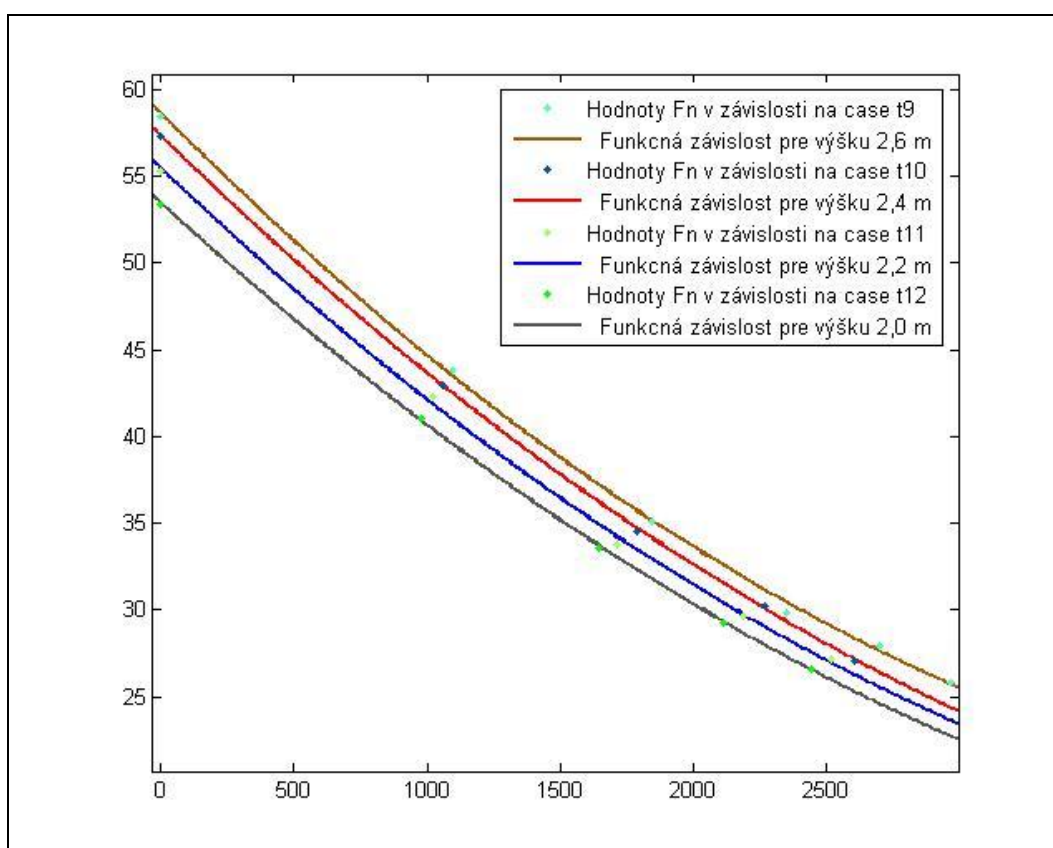
Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	21,09	21,82	53,03	53,88
k_1	- 0,01212	- 0,01076	- 0,01487	- 0,01327
k_2	$1,093 \cdot 10^{-6}$	$1,633 \cdot 10^{-6}$	$9,356 \cdot 10^{-7}$	$1,569 \cdot 10^{-6}$

Tab. 15 Základné charakteristiky pre modely s hmotnosťou baranidla 70kg

	Výška	SSE	R^2	$Adj R^2$	RMSE
Sila F_r	2,6 m	0.09506666176169	0.99978871627089	0.99964786045149	0.17801372771193
	2,4 m	0.12666725714564	0.99962540705329	0.99925081410657	0.25166173442306
	2,2 m	0.02970595795276	0.99989895516282	0.99979791032564	0.12187279834475
	2,0 m	0.01481503885032	0.99994186593100	0.99988373186200	0.08606694734425
Sila F_n	2,6 m	0.52016482380541	0.99932456927822	0.99887428213037	0.41639917699463
	2,4 m	0.04130243914205	0.99992976744579	0.99985953489157	0.14370532199966
	2,2 m	0.45219251033475	0.99913648335685	0.99827296671371	0.47549579931622
	2,0 m	0.02038011926831	0.99995620819493	0.99991241638986	0.10094582524381



Obr. 5 Grafy funkčných závislostí F_r pre hmotnosť baranidla 70 kg



Obr. 6 Grafy funkčných závislostí F_n pre hmotnosť baranidla 70 kg

Z hodnôt uvedených v Tab. 15 je vidieť, že horeuvedené funkčné závislosti (9) až (12) veľmi dobre popisujú namerané hodnoty síl F_r a F_n . Rovnako aj hodnoty v Tab. 11 až Tab. 14, ktoré sú hranicami 95% intervalov spoľahlivosti pre jednotlivé koeficienty regresných modelov, prezrádzajú, že ide o veľmi realistické funkčné vzťahy hodnôt síl na čase. Hodnoty R^2 aj $Adj R^2$ sú blízke hodnote 1 a chyby SSE aj RMSE sa blížia k hodnote nula. V Tab. 15 by sa hodnoty chýb SSE v piatom

a siedmym riadku mohli zdať trochu vyššie a podobne aj hodnoty chýb RMSE v 2, 5 a 7 riadku by sme mohli považovať za vyššie vzhľadom na výsledky v modeloch s 50 kg baranidlom. Tieto odchýlky sa nepotvrdili ako významné, lebo grafy na Obr. 5 a Obr. 6 zobrazujú funkčné závislosti (9) až (12) pre sily F_r a F_n , ktoré majú približne rovnaký tvar.

Testy s guľovou koncovkou baranidla s hmotnosťou 80 kg boli realizované na dopravný pás P630 len z výšok 2,4; 2,2 a 2,0 metra. Pri dopade baranidla z výšky 2,6 metra došlo k prerazu dopravného pásu, preto pre túto výšku nemáme zaznamenané žiadne použiteľné hodnoty. Aj pre tieto namerané hodnoty predpokladáme vo všetkých prípadoch kvadratickú závislosť v tvare:

$$F_r = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 3\ 000 \rangle$$

$$F_n = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 3\ 000 \rangle$$

Intervaly spoľahlivosti pre jednotlivé koeficienty regresného modelu sú uvedené v Tab. 16 až Tab. 18. V Tab. 19 sú uvedené základné charakteristiky pre každú funkčnú závislosť (štandardné chyby SSE a RMSE a koeficienty R^2 a $Adj\ R^2$). Na Obr. 7 sú znázornené grafy funkčných závislostí (13) až (15) pre silu F_r a na Obr. 8 sú znázornené funkčné závislosti (13) až (15) pre silu F_n .

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,4 m: } F_r &= 28,03 - 0,01393 \cdot t + 1,607 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 60,21 - 0,01665 \cdot t + 1,588 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Tab. 16 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 80kg a 2,4m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	27,51	28,55	59,22	61,2
k_1	- 0,0147	- 0,01316	- 0,01813	- 0,01516
k_2	$1,355 \cdot 10^{-6}$	$1,859 \cdot 10^{-6}$	$1,104 \cdot 10^{-6}$	$2,072 \cdot 10^{-6}$

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,2 m: } F_r &= 26,31 - 0,01303 \cdot t + 1,438 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 58,37 - 0,015 \cdot t + 1,114 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (14)$$

Tab. 17 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 80kg a 2,2m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	25,8	26,82	57,00	59,74
k_1	- 0,01393	- 0,01213	- 0,0174	- 0,01259
k_2	$1,102 \cdot 10^{-6}$	$1,775 \cdot 10^{-6}$	$2,113 \cdot 10^{-7}$	$2,016 \cdot 10^{-6}$

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,0 m: } F_r &= 24,61 - 0,01286 \cdot t + 1,487 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 56,41 - 0,01494 \cdot t + 1,216 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad \dots(15)$$

Tab. 18 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 80kg a 2,0m

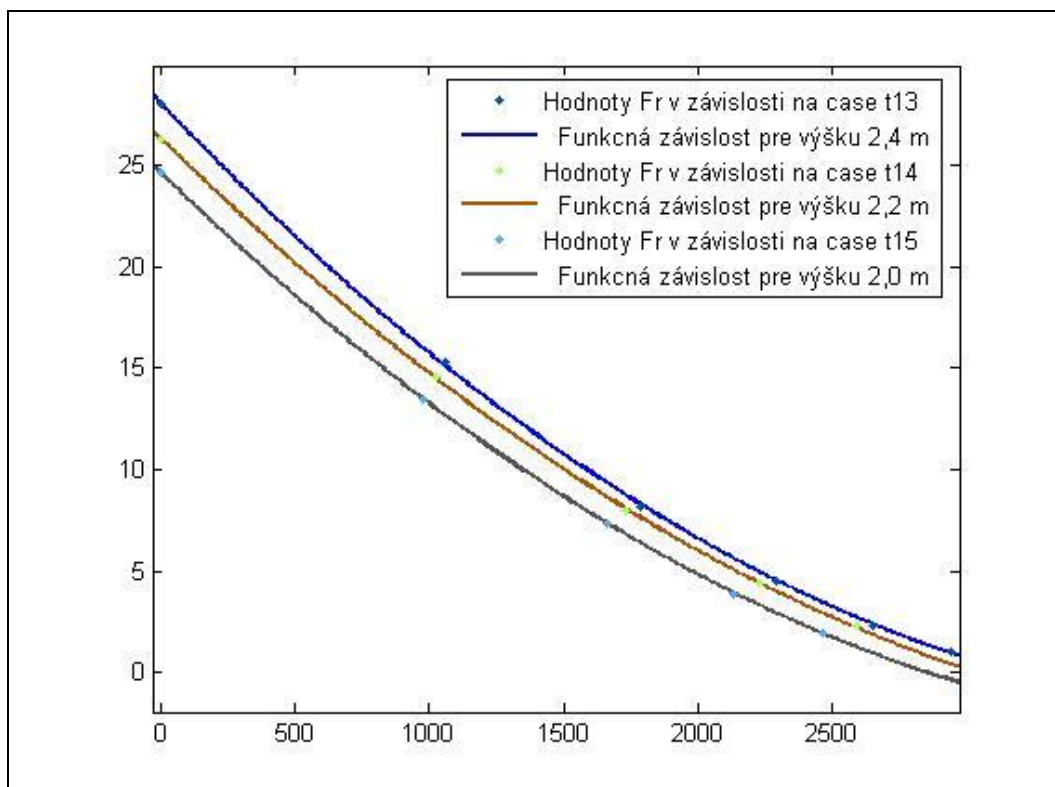
Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	24,33	24,89	56,24	56,58
k_1	- 0,01338	- 0,01235	- 0,01526	- 0,01462
k_2	$1,284 \cdot 10^{-6}$	$1,691 \cdot 10^{-6}$	$1,091 \cdot 10^{-6}$	$1,341 \cdot 10^{-6}$

Tab. 19 Základné charakteristiky pre modely s hmotnosťou baranidla 80kg

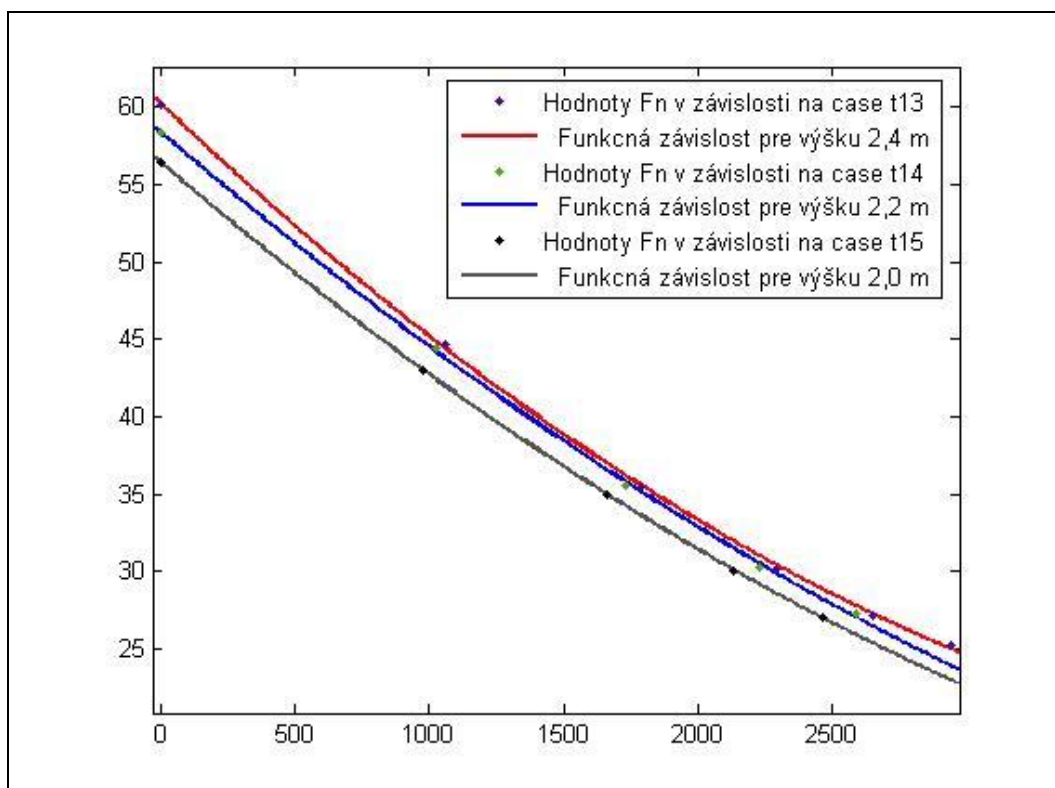
	Výška	SSE	R^2	$Adj\ R^2$	RMSE
Sila F_r	2,4 m	0,08272832808950	0,99984181738553	0,99973636230922	0,16606055932451
	2,2 m	0,02906879208763	0,99992246683245	0,99984493366489	0,12055868298807
	2,0 m	0,00871858179726	0,99997386152243	0,99994772304486	0,06602492634322
Sila F_n	2,4 m	0,30506461494831	0,99965268436909	0,99942114061515	0,31888588081439
	2,2 m	0,20867624971358	0,99966751778781	0,99933503557562	0,32301412485647
	2,0 m	0,00329410092026	0,99999408103643	0,99998816207286	0,04058386945732

Pre tento prípad sme dostali vynikajúce vypočítané hodnoty vid'. Tab. 19. Funkčné závislosti (13) až (15) veľmi dobre popisujú namerané hodnoty. Veľmi dobrý je aj interval spoľahlivosti, čo

zodpovedá grafom znázornených na obrázkoch Obr. 7 a Obr. 8. Jedine graf na obrázku Obr. 8 znázorňujúci funkčnú závislosť poklesu sily pri spustení baranidla z výšky 2,4 metra, je jemne deformovaný, čo vidíme na hodnotách SSE a RMSE v tabuľke Tab. 15.



Obr. 7 Grafy funkčných závislostí F_r pre hmotnosť baranidla 80 kg



Obr. 8 Grafy funkčných závislostí F_n pre hmotnosť baranidla 80 kg

Pre guľovú koncovku baranidla s hmotnosťou 90 kg máme k dispozícii namerané údaje len z výšok 2,2 a 2,0 metra. Pri testoch došlo k prerazu dopravného pásu už pri výške 2,4 metra, preto sa test z výšky 2,6 metra ani nevykonával. Aj napriek menšiemu počtu údajov sme urobili aj pre tento prípad analogickú analýzu. Rovnako aj v týchto prípadoch predpokladáme kvadratickú závislosť v tvare:

$$F_r = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 3\ 000 \rangle$$

$$F_n = k_0 + k_1 \cdot t + k_2 \cdot t^2, \text{ kde } t \in \langle 0, 3\ 000 \rangle$$

Intervaly spoľahlivosti pre jednotlivé koeficienty regresného modelu sú uvedené v Tab. 20 a Tab. 21. V Tab. 22 sú uvedené základné charakteristiky pre každú funkčnú závislosť (štandardné chyby SSE a RMSE a koeficienty R^2 a $Adj\ R^2$). Na Obr. 9 sú znázornené grafy funkčných závislostí (16) a (17) pre silu F_r a na obrázku Obr. 10 sú znázornené funkčné závislosti (16) a (17) pre silu F_n .

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,2 m: } F_r &= 28,63 - 0,01417 \cdot t + 1,667 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 59,81 - 0,01554 \cdot t + 1,266 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Tab. 20 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 90kg a 2,2m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	28,32	28,94	59,07	60,56
k_1	- 0,01471	- 0,01363	- 0,01684	- 0,01425
k_2	$1,466 \cdot 10^{-6}$	$1,867 \cdot 10^{-6}$	$7,881 \cdot 10^{-7}$	$1,745 \cdot 10^{-6}$

$$\begin{aligned} \text{Výška 2,0 m: } F_r &= 26,55 - 0,01375 \cdot t + 1,694 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \\ F_n &= 57,4 - 0,01519 \cdot t + 1,338 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Tab. 21 95% interval spoľahlivosti pre koeficienty regresného modelu s parametrami 90kg a 2,0m

Koeficient	Sila F_r		Sila F_n	
	Dolná hranica	Horná hranica	Dolná hranica	Horná hranica
k_0	26,16	26,94	57,21	57,6
k_1	- 0,01446	- 0,01305	- 0,01555	- 0,01484
k_2	$1,421 \cdot 10^{-6}$	$1,968 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,476 \cdot 10^{-6}$

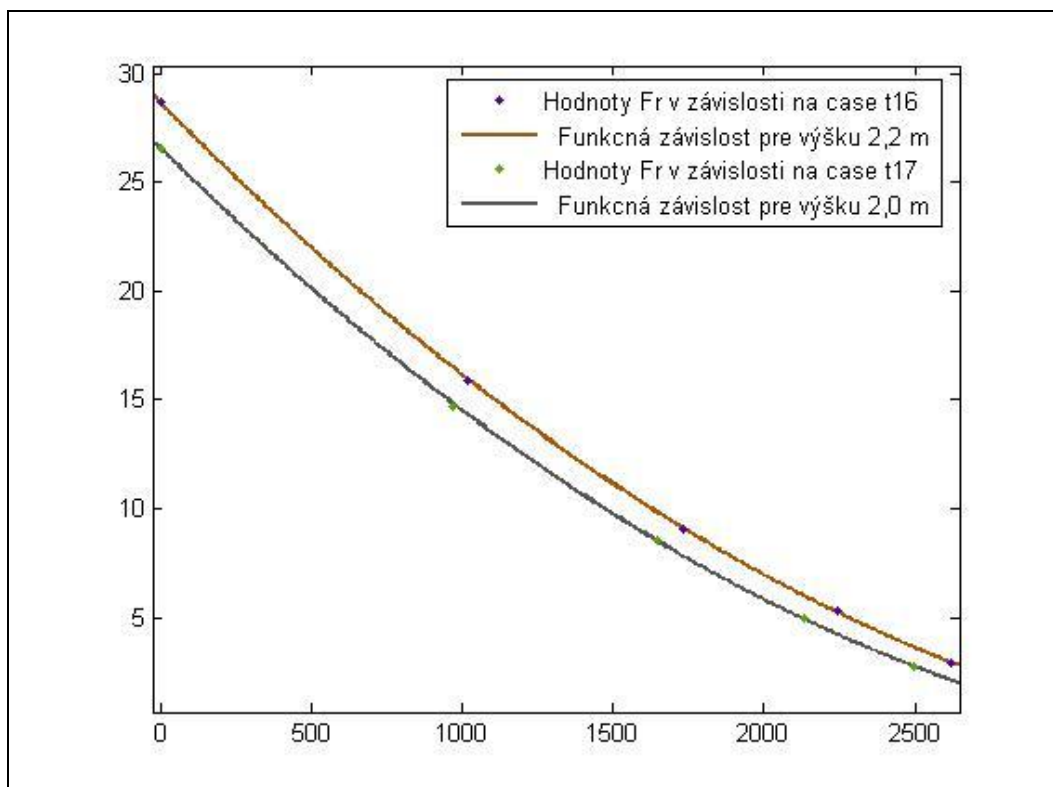
Tab. 22 Základné charakteristiky pre modely s hmotnosťou baranidla 90kg

	Výška	SSE	R^2	$Adj\ R^2$	RMSE
F_r	2,2 m	0.01092234774815	0.99997448308869	0.99994896617739	0.07389975557521
	2,0 m	0.01669479092217	0.99995440261055	0.99990880522109	0.09136408189809
F_n	2,2 m	0.06212940684598	0.99990537300231	0.99981074600462	0.17625181821187
	2,0 m	0.00427544943686	0.99999236333897	0.99998472667794	0.04623553523457

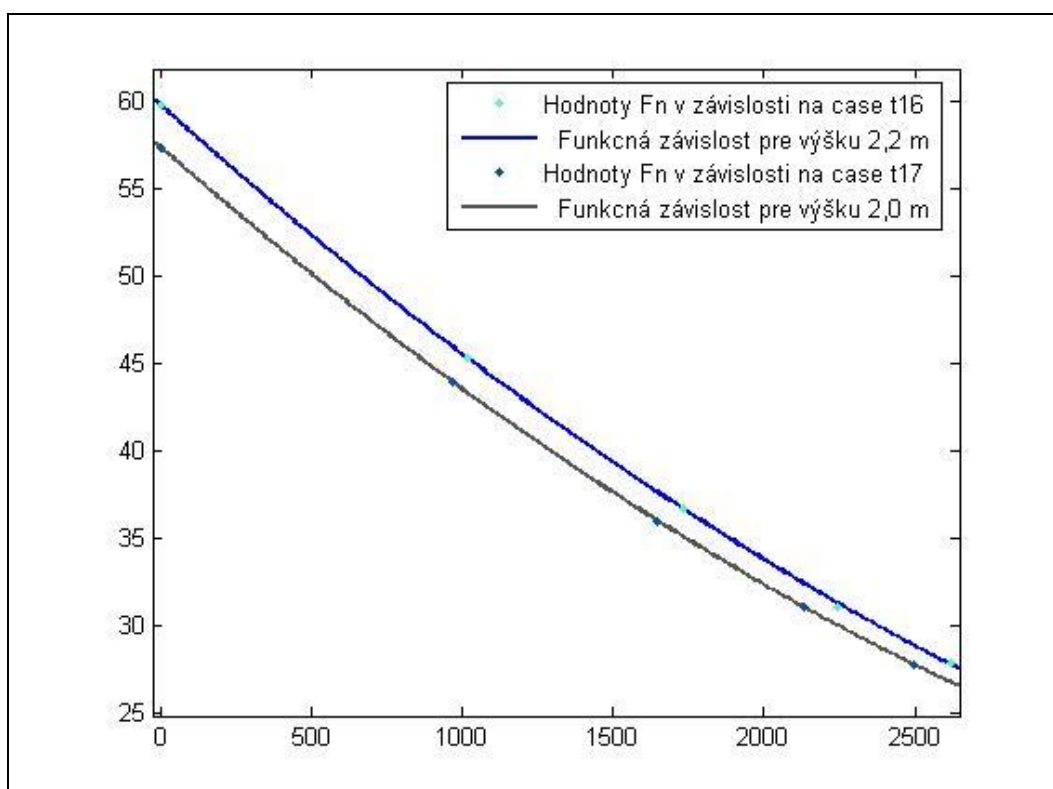
Z hodnôt uvedených v Tab. 22 je vidieť, že funkčné závislosti (16) a (17) sú najlepšimi zo všetkých doteraz popísaných v tomto článku. Vynikajúco popisujú namerané hodnoty, čo ľahko vidieť na hodnotách R^2 aj $Adj\ R^2$, ktoré sú veľmi blízke hodnote 1. Podobne aj hodnoty chýb SSE aj RMSE sú veľmi blízke nule. Taktiež intervaly spoľahlivosti sú mimoriadne dobré. Všetky tieto nadmieru dobré výsledky sú viditeľné aj na grafoch, ktoré sú znázornené na Obr. 9 a Obr. 10. Tieto grafy zobrazujú popísané funkčné závislosti (16) a (17) a tvarom sú si veľmi podobné. Otázkou ostáva fakt, či by sme pre hmotnosť baranidla 90 kg získali rovnako vynikajúce výsledky v prípade, že by sme mali ešte ďalšie 2 merania pre iné výšky.

Vo všetkých týchto prípadoch sme modelovali funkčné závislosti síl F_r a F_n na čase, pri pevne stanovenej hmotnosti baranidla a variabilnej výške. Takto sme získali 5 skupín údajov na spracovanie a porovnanie.

Tiež sa ľahko vidí, že krivky kvadratickej závislosti F_n majú menej významný kvadratický člen a sú bližšie k lineárnej závislosti ako krivky zobrazujúce závislosti pre silu F_r . Aj napriek tak malej odchýlke je možné predpokladať, že vzťah medzi týmito silami je naozaj lineárny.



Obr. 9 Grafy funkčných závislostí F_r pre hmotnosť baranidla 90 kg



Obr. 10 Grafy funkčných závislostí F_n pre hmotnosť baranidla 90 kg

5. Záver

V tomto článku sme popísali matematické modely, ktoré nám ukazujú aký je tvar poklesu oboch síl. Táto analýza je základom pre ďalší výskum v tejto oblasti. Ak sa zrealizujú technické úpravy na testovacom zariadení a bude možné presne odmerať aj odrazové výšky, v ktorých sa počas testu baranidlo nachádza, tak budeme môcť na základe týchto modelov a nových získaných údajov z meraní popísať funkčné závislosti, ako je schopný dopravný pás pohlcovať energiu dopadajúceho materiálu. Tieto poznatky by bolo možné využívať pri predikcii životnosti opravných pásov, bez znehodnotenia dopravného pása, ktorý je v prevádzke. Použitím takejto metodiky by bolo možné robiť

odhady vnútorných poškodení dopravných pásov, ktoré nie je možné odhaliť bežnou vizuálnou kontrolou. Celú túto analýzu môžeme rozšíriť aj o viacrozmerné matematické modely. Viacrozmerný model umožňuje operatívne nastavovať parametre dopravného pásu tak, aby sa maximalizovala jeho životnosť. Takto získané funkčné závislosti sa potom využívajú aj v modeloch optimalizácie, v ktorých sa minimalizujú straty pri prevádzke takýchto technických zariadení.

Ďalšou možnosťou je tieto dvojrozmerné modely poskladať do priestoru a pozrieť sa, ako vyzerá plocha, ktorá popisuje tieto sily nie len v závislosti na čase, ale aj na ďalšom parametri a to hmotnosti baranidla alebo výške, z ktorej je baranidlo spúšťané pri testovaní. Takéto modely by bolo vhodné konfrontovať s výsledkami, ktoré sú popísané v článkoch [4], [5]. Vzhľadom na výsledky publikované v tomto článku sa dá predpokladať, že pre tieto hodnoty sa nedosiahne až tak kvalitný viacrozmerný model, ako to bolo v prípade modelov publikovaných v spomenutých článkoch.

Záverečným výstupom tohto výskumu by mohol byť kompletný štvorrozmerný model. Najst' ten najvhodnejší je pomerne náročné vzhľadom na charakter nameraných vektorov dát. Aj napriek tomu by výsledný model mohol aspoň čiastočne pomôcť pri pokuse popísať schopnosti pohlcovať energiu dopravnými pásmi pri rôznych variáciách vstupných parametrov.

Literatúra:

- [1] GRINČOVÁ A. - KOČIŠÍK, S.: Skúšobné zariadenia na prierazy dopravných pásov, Doprava a logistika, Košice, 2006. ISSN 1451-107X.
- [2] HLÚBIKOVÁ A. - BINDZÁR P. - MARASOVÁ, D: Vyhodnotenie experimentálnych meraní odolnosti dopravných pásov proti prierazu. In: Logistika a doprava (2001), s. 267-270. ISBN 80-7099-584-X.
- [3] GRINČOVÁ A. - HLÚBIKOVÁ A. - KREŠÁK J.: Metodika skúšania dopravných pásov pri prieraze, Doprava a logistika, Košice, 2008, ISSN 1451-107X.
- [4] GRINČOVÁ A. - BEREŽNÝ Š.: Tvorba regresného modelu na základe experimentálnych skúšok dopravných pásov proti prierazu. In: Acta Montanistica Slovaca, Košice, vol. 13 no 4 (2008), ISSN 1335-1788.
- [5] BEREŽNÝ Š. - GRINČOVÁ A.: Mathematical models of conveyor belts behavior. In: Science & Military, Liptovský Mikuláš, no 1 (2009), p. 5-9 ISSN 1336-8885.
- [6] BOROŠKA, J. - BINDZÁR, P. - MARASOVÁ, D.: Results of puncture experimental tests of conveyor belts. In: Nowoczesne przenośniki dla węgłowego górnictwa podziemnego systemu transportu kopalnianego : 4. Międzynarodowa konferencja : Ustroń, 21.-22.06.2001. Ustroń : Politechnika Slaska, 2001. p. 175-178. ISBN 83-909662-5-5.
- [7] MARASOVÁ, D.: Matematické modelovanie odolnosti dopravných pásov proti prierazu. TU v Košiciach, AD SERVIS, Český Těšín, 2001, s. 100, ISBN 80-7099-542-4.
- [8] SOPATA, M. - SOTÁK, M. - BRÉDA, R.: Overovanie presnosti matematických modelov pri vývoji lietadlových systémov. In: Měření, diagnostika, spolehlivost palubních soustav letadel 2006: 18.10. - 19.10.2006,s. 89-93., Univerzita obrany Brno, ISBN 80-7231-155-7.
- [9] HAJDUOVÁ, Z.: Six sigma system implementation in metallurgy. In: Transactions of the Universities of Košice : Research reports from the Universities of Košice. č. 1 (2007), s. 21-25. ISSN 1335-2334.
- [10] ANDREJIOVÁ, M. - KIMÁKOVÁ, Z.: Prognózovanie predpovedí v časových radoch pomocou exponenciálneho vyrovnávania a harmonickej analýzy. In: Forum statisticum slovacum, Roč. 4, č. 4 (2008), s. 8-13..ISSN 1336-7420.

Recenzia/Review: *prof. Ing. Daniela Marasová, CSc.*