

MATEMATICKÉ RIEŠENIE NÁRAZU MATERIÁLU NA TLMIACI ŠTÍT PRI PRESYPE V PÁSOVEJ DOPRAVE

Jaroslava Dečmanová¹

Kľúčové slová: šikmý ráz, rýchlosť, impulz sily, energia

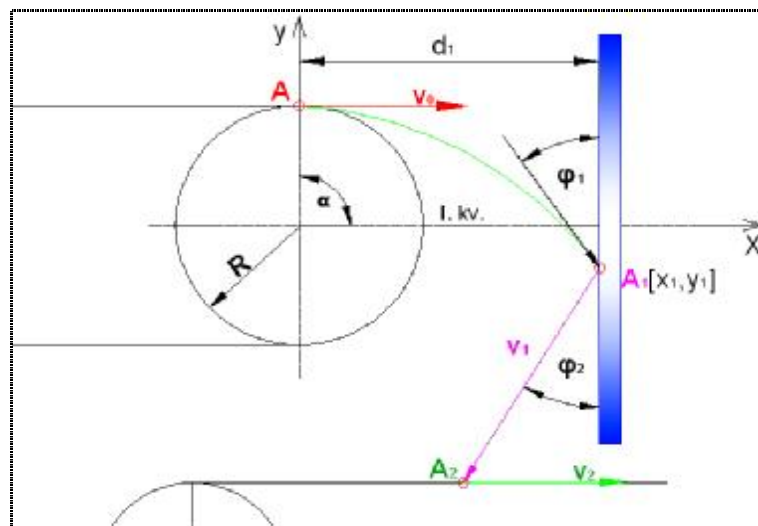
Abstrakt:

Presyp materiálu z jedného pásového dopravníka na druhý pásový dopravník môže byť realizovaný niekoľkými spôsobmi. Najbežnejším spôsobom je voľný pád materiálu na dopravník. Ďalší spôsob presypu možno rozdeliť do 3 fáz: oddelenie častice materiálu na vynášacom bubne, náraz na tlmiači štít a následný odraz a v konečnej fáze dopad na pásový dopravník. Článok je zameraný na matematické riešenie kinematických a dynamických veličín vo fáze pohybu a nárazu materiálu na tlmiači štít.

1. Úvod

Špecifickým príkladom presypu materiálu z pásového dopravníka je spôsob použitia tzv. tlmiaceho štítu, ktorého prvou úlohou je utlmiť a zároveň usmerniť tok materiálu na preberajúci dopravník. Pri skúmaní mechanických vlastností materiálu uvažujeme o jednej častici, ktorá prechádza nasledujúcimi fázami (Obr. 1):

1. **fáza** – odraz z vynášacieho bubna pásového dopravníka → A,
2. **fáza** – náraz na tlmiači štít a odraz → A₁,
3. **fáza** – dopad na pás preberajúceho dopravníka → A₂.



Obr. 1 Zjednodušený priebeh pohybu častice počas presypu

¹ Ing. Jaroslava Dečmanová, Fakulta BERG TU v Košiciach, Ústav logistiky priemyslu a dopravy, Park Komenského 14, 043 84 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 3158, e-mail: jaroslava.decmanova@tuke.sk

U vodorovného dopravníka oddelenie častice materiálu môže nastať v ľubovoľnom bode I. kvadrantu, t. z. , nielen v bode A ako naznačuje obrázok 1. Tvar vrhovej paraboly závisí od rýchlosti pásu odovzdávajúceho dopravníka. Odpovedajúcu krivku pohybu častice materiálu je možné zostrojiť v pravouhlom alebo kosouhlom súradnicovom systéme. Hodnoty x-ovej a y-ovej súradnice [x,y] dostaneme, ak rýchlosť častice materiálu rozložíme na zložky v_x a v_y , ktoré matematicky vyjadríme nasledovne [1]:

$$\begin{aligned} v_x &= v \cdot \cos a \\ v_y &= v \cdot \sin a + g \cdot t \end{aligned} \quad (1)$$

kde: v – počiatočná rýchlosť [m/s],
 α – uhol oddelenia častice materiálu [°],
 g – tiažové zrýchlenie; $g = 9,81$ m/s,
 t – časový interval [s].

Podľa [3] z fyzikálneho vzťahu pre výpočet dráhy $s = \int_0^t v \cdot dt$, hodnoty súradníc [x,y] vyjadrujú rovnice:

- pre pravouhlý súradnicový systém

$$\begin{aligned} x &= v \cdot t \cdot \cos a \\ y &= v \cdot t \cdot \sin a + \frac{g \cdot t^2}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

- pre kosouhlý súradnicový systém

$$\begin{aligned} x' &= v \cdot t \\ y' &= \frac{g \cdot t^2}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

Pri riešení prvej a druhej fázy bola zanedbaná príľnavosť častice materiálu k dopravnému pásu, kĺzanie častice po obvodě vynášacieho bubna, ako aj odpor vzduchu vo fáze nárazu.

2. Aplikácia teórie rázov v dynamickej analýze 2. fázy presypu

Ak uvažujeme, že poloha tlmiaceho štítu je kolmá na x-ovú os odovzdávajúceho dopravníka, pri výpočte uhla nárazu častice materiálu naň je postup nasledovný. Vyplývajú z Obr. 1, ak $x = d_1$, po dosadení do vzťahu (3) pre x-ovú súradnicu je:

$$t_1 = \frac{d_1}{v_0} \quad [\text{s}] \quad (4)$$

Ak častica materiálu narazí na tlmiaci štít v bode A_1 , úpravou vzťahov (3) a dosadením (4) jej súradnice v čase t_1 sú:

$$\begin{aligned} x_1 &= v_0 \cdot t_1 = d_1 \\ y_1 &= \frac{g \cdot t_1^2}{2} = \frac{g \cdot d_1^2}{2 \cdot v_0^2} \end{aligned} \quad [\text{m}] \quad (5)$$

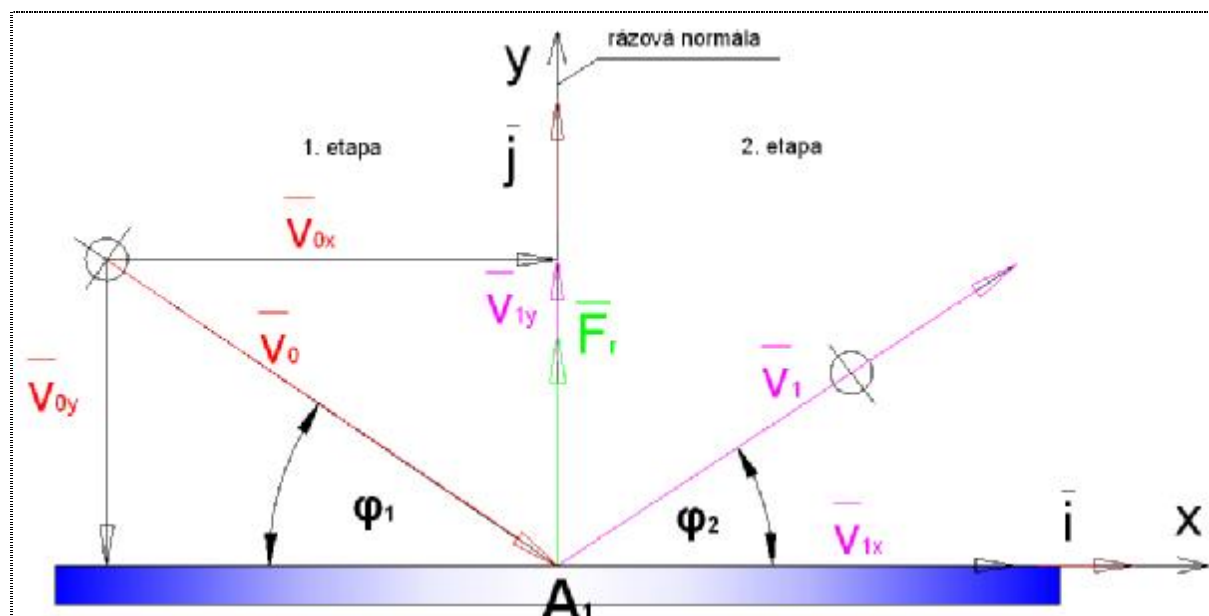
V čase t_1 deriváciou rovníc (5) podľa premennej t dostaneme:

$$\begin{aligned} x_1 &= v_0 \cdot t_1 \Rightarrow \dot{x}_1 = v_0 \\ y_1 &= \frac{g \cdot t_1^2}{2} \Rightarrow \dot{y}_1 = g \cdot t_1 = \frac{g \cdot d_1}{v_0} \end{aligned} \quad (6)$$

Uhol, pod ktorým častica materiálu narazí na tlmiači štít, vyjadruje matematická úprava vzťahov (6) pre goniometrickú funkciu:

$$\operatorname{tg} j_1 = \frac{\dot{x}_1}{\dot{y}_1} = \frac{v_0^2}{g \cdot d_1} \Rightarrow j_1 = \operatorname{arctg} \left(\frac{v_0^2}{g \cdot d_1} \right) \quad [^\circ] \quad (7)$$

Preklopenie situácie z Obr. 1 do zrkadlovej podoby a jej pootočenie o 90° znázorňuje Obr. 2, v ktorom častica materiálu chápaná ako hmotný bod vykoná nedokonale pružný ráz na pevnú vodorovnú podložku. V tomto prípade sa jedná o tlmiači štít.



Obr. 2 Dynamické veličiny znázorňujúce ráz častice materiálu na tlmiači štít podľa [6]

Nárazom častice materiálu o hmotnosti m na tlmiači štít vzniká v dotykovej ploche (v bode A_1) plošné zaťaženie, ktorého výslednicou je *rázová sila* F_r . Jej nositeľkou je *rázová normála*, ktorá má smer kolmý na štít. Na základe vety o zmene hybnosti hmotného bodu, t.j. častice materiálu počas trvania rázu v intervale $\langle 0, \pi \rangle$ platí:

$$\int_{v_0}^{v_1} m dv = \int_0^t F_r dt \quad (8)$$

$$m \cdot v_1 - m \cdot v_0 = \int_0^t F_r dt$$

kde: v_0 – rýchlosť častice pred rázom [m/s]

v_1 – rýchlosť častice po ráze [m/s].

Mieru dynamického účinku rázovej sily na časticu materiálu pri ráze vyjadruje *impulz rázovej sily* I_R

$$m \cdot v_1 - m \cdot v_0 = \int_0^t F_r dt = I_R \quad [\text{N} \cdot \text{s}] \quad (9)$$

Zavedením pravouhlej súradnicovej sústavy je os y totožná s *rázovou normálou* a jej kladná orientácia je určená jednotkovým vektorom j . Skalárnym násobením rovnice (9) jednotkovými vektormi i a j dostaneme

$$m \cdot v_1 \cdot i - m \cdot v_0 \cdot i = I_R \cdot i \Rightarrow m \cdot v_1 \cdot \cos j_2 - m \cdot v_0 \cdot \cos j_1 = 0 \Rightarrow m \cdot v_{1x} - m \cdot v_{0x} = 0 \quad (10)$$

$$m \cdot v_1 \cdot j - m \cdot v_0 \cdot j = I_R \cdot j \Rightarrow m \cdot v_1 \cdot \sin j_2 - (-m \cdot v_0 \cdot \sin j_1) = I_R \Rightarrow m \cdot v_{1y} + m \cdot v_{0y} = I_R$$

Z uvedeného vyplýva, že k zmene hybnosti častice materiálu dôjde len v smere osi y , teda v smere pôsobenia rázovej sily. V smere osi x sa zložka rýchlosti častice materiálu nemení a preto z prvej rovnice vzťahov (10) vyplýva [6]:

$$m \cdot v_{1x} = m \cdot v_{0x} \Rightarrow v_{1x} = v_{0x} = v_0 \cdot \cos j_1 \quad (11)$$

V smere osi y častica materiálu vykoná nedokonale pružný priamy centrálny ráz. Keďže poloha tlmiaceho štítu je v pokoji, na základe teórie priameho centrálného rázu ich spoločná ťažisková rýchlosť na konci oboch etáp rázu je nulová. Preto impulz rázovej sily v prvej a druhej etape rázu je

$$I_{R1} = \int_{v_{0y}}^{v_s} m \cdot dv = m \cdot (v_s - v_{0y}) \Rightarrow I_{R1} = -m \cdot v_{0y} \quad (12)$$

$$I_{R2} = \int_{v_s}^{v_{1y}} m \cdot dv = m \cdot (v_{1y} - v_s) \Rightarrow I_{R2} = m \cdot v_{1y}$$

Dynamiku rázu ovplyvňujú rôzne pružné vlastnosti, ktorých vplyv vyjadruje tzv. *súčiniteľ reštitúcie* ε , ktorý je definovaný ako pomer veľkosti impulzu rázovej sily I_{R2} v 2. etape rázu k veľkosti impulzu rázovej sily I_{R1} v 1. etape rázu. Na základe [6] po zohľadnení opačne orientovaných zložiek rýchlosti v_{1y} a v_{0y} je súčiniteľ reštitúcie

$$e = \left| \frac{I_{R2}}{I_{R1}} \right| = \frac{m \cdot v_{1y}}{m \cdot v_{0y}} = \frac{v_{1y}}{v_{0y}} = \frac{v_{1x} \cdot \operatorname{tg} j_2}{v_{0x} \cdot \operatorname{tg} j_1} = \frac{\operatorname{tg} j_2}{\operatorname{tg} j_1} \quad [-] \quad (13)$$

Podľa elementárnej teórie rázov pre nedokonale pružný ráz je súčiniteľ reštitúcie $0 < \varepsilon < 1$. Výpočet uhla, pod ktorým sa častica materiálu odrazí od tlmiaceho štítu určíme z predchádzajúceho vzťahu nasledovne:

$$\operatorname{tg} j_2 = e \cdot \operatorname{tg} j_1 \Rightarrow j_2 = \operatorname{arctg}(e \cdot \operatorname{tg} j_1) \quad [^\circ] \quad (14)$$

Po odraze od tlmiaceho štítu sa častica materiálu pohybuje rýchlosťou v_1 , ktorú podľa Obr. 2 určíme na základe Pytagorovej vety, kde platí:

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{v_0^2 \cdot \cos^2 j_1 + e^2 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 j_1} = v_0 \sqrt{\cos^2 j_1 + e^2 \cdot \sin^2 j_1} \quad [\text{m/s}] \quad (15)$$

Veľkosť dynamického účinku rázovej sily F_r dostaneme úpravou druhej rovnice vzťahov (10) ako súčet zložiek $m \cdot v_{1y}$ a $m \cdot v_{0y}$:

$$I_R = m \cdot e \cdot v_0 \cdot \sin j_1 + m \cdot v_0 \cdot \sin j_1 = (e + 1) \cdot m \cdot v_0 \cdot \sin j_1 \quad (16)$$

Na záver ešte určíme zmenu kinetickej energie častice materiálu v priebehu rázu, ktorá v konečnom dôsledku ovplyvní kinetickú energiu častice materiálu vo fáze dopadu na preberajúci pásový dopravník. Zmenu kinetickej energie analyticky vyjadruje Kelvinova veta, ktorá hovorí:

Práca rázovej sily pôsobiacej na teleso v priebehu priameho centrálného rázu sa rovná polovičnému skalárnemu súčinu impulzu rázovej sily a súčtu rýchlostí telesa na začiatku a na konci rázu [6].

Preto môžeme napísať:

$$A_R^m = \Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot I_R \cdot (v_0 + v) \quad [\text{J}] \quad (17)$$

kde: A_R^m - práca rázovej sily pôsobiacej na teleso hmotnosti m ,

v_0 - počiatočná rýchlosť častice materiálu pred rázom [m/s],

v - rýchlosť častice materiálu po odraze [m/s].

Pre konkrétny prípad nárazu častice materiálu na tlmiaci štít a jej odrazu má rovnica (17) po úprave tvar:

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot (e + 1) \cdot m \cdot v_0 \cdot \sin j_1 \cdot (-v_0 \cdot \sin j_1 + e \cdot v_0 \cdot \sin j_1) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 j_1 \cdot (e^2 - 1) \quad (18)$$

3. Záver

Skúmanie dynamických a kinematických účinkov častice materiálu v priebehu rázu počas prvej a druhej fázy presypu má význam pre zistenie miesta dopadu častice na pohybujúci sa pásový dopravník za účelom zníženia jeho energetickej náročnosti. Preto je potrebné v poslednej fáze

presypu ďalej vyšetrit' ako kinetická energia dopadnutej častice materiálu ovplyvní celkovú prácu, ktorú potrebuje vykonať pásový dopravník na jej ďalší pohyb.

Článok je súčasťou riešenia grantového projektu VEGA 1/0864/10 s názvom "Návrh modelu integrovaného dopravného systému nerastných surovín riadeného informačným systémom s implementáciou zelenej logistiky" a VEGA 1 / 0095 / 10 "Výskum podmienok degradácie a pokles životnosti dopravníkových pásov potrubných dopravníkov s použitím progresívnych matematických a simulačných metód pre zvýšenie spoľahlivosti" a APVV Projekt SK-SRB-0034-09 s názvom "Návrh logistického modelu ťažobného podniku s aplikáciou princípov dopravnej a reverznej logistiky."

Literatúra:

- [1] Dečmanová, J.: Príspevok k optimalizácii parametrov kontinuálnej dopravy s využitím počítačových a experimentálnych metód. Písomná časť k dizertačnej skúške. Košice: Technická univerzita, 2010. 33 s.
- [2] Grujić, M. - Ristović, I.: Some questions of choice of transport system in the coal mines. In: Journal of Transportation and Logistics. No. 7 (2004) p.p. 7-15. ISSN: 1451-107X.
- [3] Jasaň, V: Doplňujúce zariadenia pásových dopravníkov. Košice: IRP, VŠT Strojnícka fakulta, 1971.
- [4] Kulka, J. - Mantič, M. - Černok, M.: Konštrukčná úprava kladnice/Reconstruction of a common pulley block to a rotary one. In: Acta Mechanica Slovaca. Roč. 10, č. 3 (2006), s. 71-76. ISSN 1335-2393.
- [5] Marasová, D. - Najajreh, A. - Molnár, V. - Bindzár, P.- Fedorko, G.: Equipment for impact testing of conveyor belts. In: Transport & Logistics. č. 4 (2003). s. 37-44. ISSN 1451-107X.
- [6] Ristović, I.: Optimization of Parameters of Continuous Conveyance Systems for Underground Mining of Metallic and Non-Metallic Mineral Raw Materials. Doctors theses. University of Belgrade, Faculty of Mining and Geology, Belgrade, Serbia, 2006. pp. 1-190.
- [7] Záhorec, O. - Caban, S.: Dynamika. 1. vyd. Košice: Edícia vedeckej a odbornej literatúry – Olymp, TU - SJF, 2002. 512 s. ISBN 80-7099-825-3.

Recenzia/Review: *prof. Ing. Ján Boroška, CSc.*