

ISSN 1451-107X

NAVRHOVANIE A ANALÝZA TENSEGRITY SÚSTAV

Stanislav Kmet^{,1}, Peter Platko², Marek Mojdis³

Kľúčové slová: predpäté lano, tensegrity sústava, navrhovanie, modelovanie, nelineárna analýza, optimalizácia tvaru, optimalizácia predpätia lán

Abstrakt:

V súčasnosti sa vyvíjajú novodobé racionálne nosné konštrukcie. K ultraľahkým systémom budúcnosti patria tensegrity konštrukcie, ktoré sa vytvárajú na báze synergie tlačených prútov a ťahaných lán. Sú stabilizované vlastným stavom napätosti. Tensegrity sústavy sú motivované a odvodené z biológie, kde tvoria fundamentálnu stavebnú architektúru živých buniek. Ak sú tensegrity preferovanou stavebnou architektúrou živej prírody, moderné sofistikované výpočtové metódy umožňujú tvorbu efektívnych regulárnych a zložitých neregulárnych tensegrických systémov. K významným vlastnostiam tensegrity sústav patrí možnosť ich regulovania prostredníctvom zavedenia akčných tlačených alebo ťahaných lanových prvkov. Pri navrhovaní uvedených sústav je kľúčovým momentom nájdenie optimálneho geometrického tvaru systému a stanovenie veľkosti počiatočného predpätia lanových prvkov. V článku bude popísaná koncepcia tvorby tensegrity sústav a budú prezentované výsledky výskumu ich správania. Budú popísané spresnené metódy v diskrétnych tvaroch vhodné na geometricky a materiálovo nelineárnu analýzu založené na kombinácii metódy konečných prvkov a metódy dynamickej relaxácie. Tieto boli úspešne aplikované pri hľadaní tvaru a optimálnej napätostnej konfigurácie vybraných typov tensegrity sústav.

1. Úvod

V rámci analýzy nosných sústav akými sú tensegrity konštrukcie či lanové kupoly, kde sa vyskytujú prvky namáhané výlučne tlakom alebo ťahom sa stretávame s problémom správneho určenia počiatočného tvaru a predpätia lanových prvkov. Pri nesprávnej voľbe týchto parametrov je výsledná globálna tangenciálna matica sústavy veľmi riedka a štandardný nelineárny statický výpočet diverguje. Uvedený dôvod bol motiváciou k tvorbe spresnených výpočtových modelov v diskrétnych tvaroch, vhodných na geometricky a materiálovo nelineárnu analýzu. Vytváranie diskrétnych modelov je založené na princípe metódy dynamickej relaxácie [1–18] a úspešne aplikované pri hľadaní tvaru a optimalizácii počiatočného predpätia uvedených sústav. V článku je prezentovaná základná teória metódy dynamickej relaxácie a jej aplikácie pri hľadaní tvaru jednoduchej tensegrity konštrukcie.

2. Základná teória metódy dynamickej relaxácie

Metódu dynamickej relaxácie (DR) možno definovať ako metódu, sledujúcu pohyb konštrukcie v čase, až do doby kedy je dosiahnutá rovnováha riešenej sústavy. Samotný pohyb konštrukcie je fikciou, použitou na analýzu statickej rovnováhy. Analýza statického pôsobenia konštrukcie pomocou dynamickej relaxácie umožňuje rýchle a výkonné riešenie stabilitného problému silne nelineárnych

¹ **prof. Ing. Stanislav Kmeť, CSc.**, Stavebná fakulta TU v Košiciach, Ústav inžinierskeho staviteľstva, Vysokoškolská 4, 043 84 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 21 21, Fax: +421 95 63 366 18, email: <u>stanislav.kmet@tuke.sk</u>

² Ing. Peter Platko, Stavebná fakulta TU v Košiciach, Ústav inžinierskeho staviteľstva, Vysokoškolská 4, 043 84 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 21 21, Fax: +421 95 63 366 18, e-mail: <u>peter.platko@tuke.sk</u>

³ Ing. Marek Mojdis, Stavebná fakulta TU v Košiciach, Ústav inžinierskeho staviteľstva, Vysokoškolská 4, 043 84 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 21 21, Fax: +421 95 63 366 18, e-mail: <u>marek.mojdis@tuke.sk</u>

sústav. Metóda dynamická relaxácie je explicitnou metódou výpočtu a teda nedochádza ku zostavovaniu a triangulácii globálnej tuhostnej matice sústavy.

Uvádzaný algoritmus metódy dynamickej relaxácie je prezentovaný na sústave s jedným stupňom voľnosti.

Metóda dynamickej relaxácie je iteračný algoritmus výpočtu, pozostávajúci z dvoch hlavných častí:

1) V každom uzle sústavy sú vypočítavané reziduálne sily pre každý smer, kde vonkajšia rovnováha uzla *i* v smere osi *z* a v čase *t* je vyjadrená v tvare

$$R_{iz}^{t} = M_{iz} \cdot \mathbf{k}_{iz}^{t} + C_{iz} \cdot \mathbf{k}_{iz}^{t} , \qquad (1)$$

kde

 R_{iz}^{t} je reziduálna sila vypočítaná v uzle *i* v smere osi *z a v* čase *t*

$$R_{iz}^{(t+\Delta t)} = F_{iz} + \sum_{m} N_{izm}^{(t+\Delta t)} , \qquad (2)$$

 M_{iz} je fiktívna hmotnosť v uzle *i* v smere osi *z*,

 C_{iz} je viskózny útlmový faktor pre *i–tý* uzol v smere osi z,

₩, ₩ sú zrýchlenie a rýchlosť v *i-tom* uzle v čase t a v smere osi z.

 Výpočet uzlových rýchlostí a posunutí, z čoho je aktualizovaná nová súradnicová poloha uzlov.

Konvergencia metódy je monitorovaná prostredníctvom kinetickej energie, ktorá je vypočítavaná na základe (3)

$$E_k = \sum_i^n \sum_j^m M_{ij} \mathbf{k}_{ij}^2 \,. \tag{3}$$

Relaxačný proces výpočtu je realizovaný až dovtedy, kým nie je splnené kritérium konvergencie. Kritériom konvergencie rozumieme vhodne zvolenú toleranciou, založenou na minime globálnej kinetickej energie riešenej sústavy.

Konvergenciu vo výpočte je možné dosiahnuť prostredníctvom dvoch prístupov a to buď využitím súčiniteľa útlmu alebo postupným utlmovaním kinetickej energie čiže kvázi kinetickým útlmom.

V tomto článku sme sa zamerali na prístup riešenia prostredníctvom kinetického útlmu. Tento prístup je využívaný z dôvodu stabilnej a rýchlej konvergencie výpočtu, kedy rýchlosť konvergencie nie je ovplyvňovaná voľbou časového kroku či správnou voľbou útlmového faktora.

2.1. Počiatočné podmienky

Počiatočné podmienky sú volené tak, že pre rýchlosť a reziduálne sily v čase t = 0 platí $\mathbf{k}_{ir}^{0} = 0$ a $R_{ir}^{0} = F_{ir}$. Ďalej musí pre rýchlosti v časoch $\Delta t/2$ a $-\Delta t/2$ platiť lineárna závislosť

$$\mathbf{x}_{lz}^{(\Delta t/2)} = -\mathbf{x}_{lz}^{(-\Delta t/2)}.$$
(4)

Uvedená závislosť platí len za predpokladu nulovej rýchlosti v čase t = 0 na základe čoho môžeme definovať imaginárnu rýchlosť v čase $-\Delta t/2$ rovnú rýchlosti $\mathbf{k}_{tz}^{(\Delta t/2)}$ s opačným znamienkom, teda predpokladáme lineárne kolísanie rýchlosti v čase.

2.2. Algoritmus výpočtu prostredníctvom kinetického útlmu

Konvergencia výpočtu je prostredníctvom kinetického útlmu dosahovaná postupným utlmovaním kinetickej energie v čase. Po dosiahnutí energetického vrcholu dochádza k utlmeniu rýchlosti v uzle a tým aj ku pádu kinetickej energie. Priebeh typického energetického vrcholu kinetickej energie v čase je zobrazený na **Obr. 1a**.

Algoritmus je riešený tak, že po dosiahnutí energetického vrcholu, dochádza ku prepočítavaniu rýchlosti čím dochádza k pádu kinetickej energie. Takýmto spôsobom sa monitoruje kinetická energia sústavy až do momentu kým nie je splnené konvergenčné kritérium. Na **Obr. 1b** je zobrazený typický priebeh kinetickej energie v metóde dynamickej relaxácie.



a) Kinetická energia v čase s energetickým vrcholom. b) Typický priebeh konvergencie kinetickej energie. **Obr. 1** Priebeh kinetickej energie

V metóde sa poloha uzla *i* v čase $(t + \Delta t)$ vypočítava zo vzťahu

$$v_{iz}^{(t+\Delta t)} = v_{iz}^{t} + \Delta t \cdot \mathbf{k}_{iz}^{(t+\Delta t/2)} , \qquad (5)$$

na základe ktorého vieme určiť polohu uzla v čase t

$$v_{iz}^{t} = v_{iz}^{(t+\Delta t)} - \Delta t \cdot v_{iz}^{(t+\Delta t/2)}.$$
 (6)

Prostredníctvom (6) pre spätný krok, teda pre čas $(t - \Delta t/2)$ vieme vyjadriť polohu uzla výrazom

$$v_{iz}^{(t-\Delta t/2)} = v_{iz}^{t} - \frac{\Delta t}{2} \cdot \mathbf{v}_{iz}^{(t-\Delta t/2)}.$$
(7)

Dosadením v_{iy}^{t} z rovnice (6) do (7) získame pre $v_{iz}^{(t-\Delta t/2)}$

$$v_{iz}^{(t-\Delta t/2)} = \left(v_{iz}^{(t+\Delta t)} - \Delta t \cdot v_{iz}^{(t+\Delta t/2)}\right) - \frac{\Delta t}{2} v_{iz}^{(t-\Delta t/2)}.$$
(8)

Pre rýchlosť v čase $(t - \Delta t/2)$ platí

$$\mathbf{x}_{iz}^{t-\Delta t/2)} = \mathbf{x}_{iz}^{t+\Delta t/2)} - R_{iz}^{t} \cdot B_{iz}, \qquad (9)$$

kde

$$B_{iz} = \frac{\Delta t}{M_{iz}} \,. \tag{10}$$

Z (9) získame prepočet polohy uzla v čase $(t - \Delta t/2)$

$$v_{iz}^{(t-\Delta t/2)} = v_{iz}^{(t+\Delta t)} - \frac{3\Delta t \cdot v_{iz}^{(t+\Delta t/2)}}{2} + \frac{\Delta t^2 R_{iz}^t}{2M_{iz}}.$$
(11)

Pokiaľ je analýza reštartovaná, teda po dosiahnutí energetického vrcholu rýchlosť musí byť vypočítaná v strede predchádzajúceho časového kroku na základe vzťahu

$$\mathbf{M}_{iz}^{t+\Delta t/2)} = \frac{\Delta t}{2M_{iz}} R_{iz}^t \,. \tag{12}$$

kde reziduálna sila R_{iz}^t je prepočítaná z posunutia $v_{iz}^{(t-\Delta t/2)}$.

3. Príklad riešenia tensegrity konštrukcie

Existuje rad spôsobov ako hľadať výsledný tvar konštrukcie a potrebné predpínacie sily v lanových prvkoch. V tomto príklade sme sa zamerali na efektívnu prezentáciu metódy dynamickej relaxácie a to tak, že volíme približné usporiadanie prvkov v priestore, s dodržaním požadovaného vzájomného uzlového prepojenia. Takáto voľba počiatočného tvaru umožňuje veľké posuny jednotlivých uzlov sústavy, teda tvorbu širokej škály polohy uzlov v priestore a tým aj získanie ich najvhodnejšej polohy. Takto zvolenú sústavu je možné riešiť prostredníctvom konštatných ťahových (tlakových) síl zavedených do lanových prvkov (vzpier) bez, alebo s uvažovaním vonkajšieho zaťaženia. Je potrebné uviesť, že veľkosť konštantných síl vnášaných do prvkov musí byť vhodne volená, inak môže dôjsť ku divergencii vo výpočte alebo k nedosiahnutiu výsledného hľadaného tvaru sústavy. V prípade uvažovania vonkajšieho zaťaženia je potrebné konštrukciu podoprieť minimálne vo zvislom smere a to z dôvodu, aby daný výpočet konvergoval. Metóda dynamickej relaxácie umožňuje riešenie aj bez uvažovania podopretia a to za predpokladu predpísania konštantných síl vo vybraných prvkoch sústavy avšak bez účinku vonkajšieho zaťaženia.

Počiatočná geometria riešenej tensegrity sústavy pozostáva z dvoch pôdorysov (dolného a horného) v tvare rovnostranného trojuholníka (o veľkosti strán 3m) a jedného stredového šesťuholníkového pôdorysu. Geometrická veľkosť šesťuholníka je volená tak, aby bolo možné vpísať rovnostranný trojuholník o veľkosti strany 3m. Výška zvolenej konštrukcie je 2–krát 3m. Počiatočná geometria je zobrazená na **Obr.2**. Sústava pozostáva z 12 uzlov a 30 prútov, z toho 24–lán a 6–vzpier.



Obr. 2 Zvolená počiatočná geometria tensegrity sústavy s vyznačenými uzlami podopretia v smere osi z v uzloch 1;2 a 3 a sledovanými lanovými prvkami i, j a k.

3.1. Vstupné parametre uvažované vo výpočte

Sústava so zvolenou počiatočnou geometriou bola zaťažená zvislými silami o veľkosti 2kN v uzloch 10; 11 a 12 a zvislo podopretá v uzloch 1; 2 a 3 v súlade s **Obr. 2**. Vo výpočte bolo uvažované s konštantnou tlakovou silou vo všetkých vzperách o veľkosti -10kN. Priemer lán bol volený o veľkosti *6mm* s uvažovaným Youngovým modulom pružnosti *1,65e8kPa*. Vzpery boli zvolené z trubkového profilu *TR.76,1x5 mm* a Youngov modul pružnosti pre trubky bol volený hodnotou *2,10e⁸kPa*. Zvolené kritérium konvergencie bolo uvažované *1,0e⁻⁷*.

3.2. Riešenie

Riešenie tensegrity konštrukcie bolo zrealizované programovým spracovaním metódy dynamickej relaxácie v programe MATLAB, kde bola vytvorená všeobecná výpočtová štruktúra metódy. Z výsledného hľadania tvaru prezentujeme priebeh zmeny tvaru tensegrity konštrukcie vo vybraných iteračných krokoch, teda od počiatočnej geometrie až po dobu, kedy bolo dosiahnuté nami zvolené kritérium konvergencie. Ku konvergencii vo výpočte sme dospeli v 557 iteračnom kroku (*Obr. 3*). Výsledný priebeh zmeny kinetickej energie, reziduálnych síl a polohy v smere osi z vo vybranom uzle č. 10 sú zobrazené na *Obr. 4a,b,c.* Z výsledných priebehov uvádzame aj zmenu normálových síl vo vybraných lanových prvkoch na *Obr. 2* označených ako i(5 - 10); j(7 - 10) a k(12 - 10). Výsledné vnútorné sily v jednotlivých prvkoch sú uvedené v *Tab. 1* a výsledné získané polohy uzlov v *Tab. 2*. Takto získaný výsledný tvar tensegrity konštrukcie je pripravený na statickú či dynamickú nelineárnu analýzu.



c) priebeh zmeny polohy uzla v smere osi z [m] **Obr. 4** Priebeh výpočtu kinetickej energie, reziduálnych síl a zmeny polohy sledovaného uzla 10 v smere osi z a vnútorných ťahových síl v lanách i(5 - 10); j(7 - 10) a k(12-10)

3.3. Nelineárna analýza výsledného tvaru tensegrity konštrukcie

Konštrukciu so získaným výsledným tvarom sme riešili nelineárnym výpočtom Newton-Rhapsonovou iteračnou metódou v kombinácii s Eulerovou prírastkovou metódou v programe ANSYS a NEXIS. Teda do uvedených programov bola zadaná získaná výsledná geometria sústavy a jej prislúchajúce ťahové sily v lanových prvkoch. Konštrukciu sme zaťažili zvislou silou v uzloch 10; 11 a 12 o veľkosti 2kN. Výpočtom sme získali výsledné vnútorné sily uvedené na **Obr. 5** a v **Tab. 1**. V tabuľke sú percentuálne porovnania výsledných síl so silami získanými prostredníctvom metódy dynamickej relaxácie. Ďalej sme sledovali výsledné posunutie jednotlivých uzlov, ktoré sú uvedené v **Tab. 2**.



a) Výsledné vnútorné normálové sily [N] b) vysledné posunutie uziov [m] **Obr. 5** Grafický výstup z programu ANSYS – výsledné vnútorné normálové sily a posuny v uzloch

Tab. 1 Porovnanie vypočítaných vnútorných síl metódou dynamickej relaxácie (DR) a výsledných vnútorných síl získaných nelineárnym výpočtom v programe ANSYS a NEXIS a ich percentuálne porovnanie

prút	DR [kN]	ANSYS [kN]	NEXIS [kN]	DR – ANSYS [%]	DR – NEXIS [%]	
1–2	2,2016	2,2016	2,2016	0,00000	0,00000	
1–3	2,2016	2,2016	2,2016 0,00000		0,00000	
2–3	2,2016	2,2016	2,2016	0,00000	0,00000	
1–4	4,0111	4,0023	4,0100	0,21939	0,02742	
3–5	4,0111	4,0020	4,0097	0,22687	0,03490	
2–6	4,0111	4,0017	4,0094	0,23435	0,04238	
5–7	6,3218	6,3065	6,3171	0,24202	0,07435	
4–8	6,3218	6,3069	6,3175	0,23569	0,06802	
6–9	6,3218	6,3062	6,3168	0,24677	0,07909	
7–4	6,3136	6,3072	6,3179	0,10137	0,06811	
8–6	6,3136	6,3067	6,3175	0,10929	0,06177	
9–5	6,3136	6,3062	6,3170	0,11721	0,05385	
8–2	2,6574	2,6414	2,6486	0,60209	0,33115	
9–3	2,6574	2,6414	2,6486	0,60209	0,33115	
7–1	2,6574	2,6413	2,6485	0,60586	0,33491	
5–10	2,6496	2,6398	2,6465	0,36987	0,11700	
11–4	2,6496	2,6396	2,6462	0,37742	0,12832	
6–12	2,6496	2,6398	2,6465	0,36987	0,11700	
11–8	4,0096	4,0027	4,0111	0,17209	0,03741	
12–9	4,0096	4,0020	4,0105	0,18955	0,02245	
7–10	4,0096	4,0029	4,0113	0,16710	0,04240	
12–10	2,1931	2,1957	2,1989	0,11855	0,26447	
10–11	2,1931	2,1956	2,1989	0,11399	0,26447	
11–12	2,1931	2,1957	2,1990	0,11855	0,26903	
8–1	-10,0000	-9,9850	-10,0023	0,15000	0,02300	
9–2	-10,0000	-9,9846	-10,0019	0,15400	0,01900	
3–7	-10,0000	-9,9850	-10,0023	0,15000	0,02300	
4–10	-10,0000	-9,9836	-10,0009	0,16400	0,00900	
11–6	-10,0000	-9,9832	-10,0005	0,16800	0,00500	
12–5	-10,0000	-9,9828	-10,0001	0,17200	0,00100	

Tab. 2 Vypočítané výsledné polohy uzlov získané metódou dynamickej relaxácie (DR) v GSS a výsledné posuny uzlov získané nelineárnym výpočtom v programe ANSYS a NEXIS

	Výsledná poloha uzlov – DR			Posun uzla – ANSYS			Posun uzla – NEXIS		
uzol	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]
1	-1699,5	1393,8	0	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000
2	556,8	3373,0	0	0,0000	0,0000	-0,0000	0,0000	0,0000	-0,0000
3	1142,7	429,4	0	0,0000	-0,0000	-0,0000	0,0000	-0,0000	-0,0000
4	-543,5	2943,7	2297,1	2,4639	0,21428	-1,3937	2,5634	0,2268	-1,4459
5	-777,6	655,6	2297,1	-1,4178	2,0265	-1,3942	-1,4783	2,1064	-1,4463
6	1321,1	1596,9	2297,1	-1,0471	-2,2418	-1,3946	-1,0860	-2,3341	-1,4467
7	-1321,1	1867,3	3412,7	1,0406	2,2389	-0,43909	1,0790	2,3313	-0,4508
8	777,6	2808,6	3412,7	1,4193	-2,0217	-0,43913	1,4801	-2,1011	-0,4508
9	543,5	520,3	3412,7	-2,4604	-0,21838	-0,43916	-2,5596	-0,2313	-0,4509
10	-556,8	91,1	5709,7	-0,00642	0,000652	-1,8288	-0,0062	-0,0006	-1,8934
11	-1142,7	3034,7	5709,7	0,005355	0,0046606	-1,8282	0,0040	0,0053	-1,8929
12	1699,5	2070,3	5709,7	0,002997	-0,0075677	-1,8292	0,0040	-0,0065	-1,8938

4. Záver

Na základe uvedených výsledkov je možné konštatovať, že získaný výsledný tvar tensegrity konštrukcie s príslušným predopnutím lanových prvkov je vhodným modelom na geometricky a materiálovo nelineárnu statickú ako aj dynamickú analýzu.

Riešenie sústav prostredníctvom metódy dynamickej relaxácie vedie ku spresnenému zadefinovaniu potrebnej regulácie inteligentných sústav s riadeným pôsobením pre rôzne vonkajšie zaťažovacie účinky (*Obr.6*). Metóda napomáha ku efektívnejšiemu návrhu nelineárnych sústav akými sú lanové kupoly a tensegrity konštrukcie a eliminuje chyby, ktorých by sme sa pri ich návrhu mohli dopustiť.



Obr. 6 Inteligentná tensegrity sústava s riadeným pôsobením vyvinutá na Ústave inžinierskeho staviteľstva Stavebnej fakulty TUKE

Poďakovanie

Príspevok bol vypracovaný v rámci riešenia vedeckého projektu s registračným číslom **1/0400/09** podporovaného VEGA MŠ SR a SAV.

Tento článok, bol vytvorený realizáciou projektu s názvom Podpora Centra excelentného integrovaného výskumu progresívnych stavebných konštrukcií, materiálov a technológií, na základe podpory operačného programu Výskum a vývoj financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja.

Literatúra:

- ESTRADA, G.G. BUNGARTZ, H.J. MOHRDIECK, C.: Numerical form–finding of 2D tensegrity structures, Proceedings of the 5th International Conference on Computation of Shell and spatial Structures, Austria, 2005
- [2] FU F.: Non–linear static analysis and design of Tensegrity domes, Steel and Composite Structures, Vol.6, No.5, 2006, 417-434, ISSN: 1229-9367
- [3] HAN, S.E. LEE, K.S.: A study of the stabilizing process of unstable structures by dynamic relaxation method, Computers and Structures, Vol.81, 2003, 1677-1688.

- [4] LOONG, T.S. RAZAK, H.A. ISMAIL, Z. KEONG, C.K.: Experimental and numerical formfinding of membrane structures, Asian Journal of civil engineering (Boulding and Housing) Vol.8, No.1, 2007, 1–12
- [5] MASIC, M. SKELTON, R.E. GILL, P.E.: Algebraic tensegrity form-finding, International Journal of Solids and Structures 42, 2005, 4833–4858
- [6] ORVIS, W.J.: Microsoft Excel pro vědce a inženýry, Computer Press, Praha, 1996, ISBN: 80-85896-49-4
- [7] OHSAKI, M. KANNO, Y.: Form–Finding of Cable Domes with Specified Stresses, AIS Research Report No. 03–03, Japan, 2003.
- [8] PAN, L. METZGER, D. NIEWCZAS, M.: The Meshless Dynamic Relaxation Techniques for Simulating Atomic Structures of Materials.
- [9] PAUL, CH. LIPSON, H. CUEVAS, V.: Evolutionary Form–Finding of Tensegrity structures, Genetic And Evolutionary Computation Conference, USA, 2005, 3–10, ISBN:1-59593-010-8
- [10] RAJ, R.P. GUEST, S.D. Using symmetry for Tensegrity Form-finding , IASS-2006, Beijing, China, 2006, 16-19.
- [11] RALSTON, A.: Základy numerické matematiky, Academia, Praha, 1978
- [12] SMITH, I.F.C.: From active to inteligent structures, Civil–Comp Press, Stirling Scotland, 2003, 3–4 + CD.
- [13] TIBERT, G.: Numerical Analyses of Cable Roof Structures. TRITA-BKN. Bulletin 46, Stockholm 1999, ISSN 1103–4270
- [14] TIBERT, G. PELLEGRINO, S.: Review of Form-Finding Methods for Tensegrity Structures, International Journal of Space Strucuter, Vol.18, No.4, 2003, 209–223
- [15] TOPPING, B.H.V. IVÁNY, P.: Computer Aided Design of Cable Membrane Structures, Scotland, Saxe-Coburg Publications 2007, ISBN: 1874672113
- [16] TOPPING, B.H.V. KHAN, A.I.: Parallel Computation Schemes for Dynamic Relaxation, International Journal of Computer-Aided Engineering and Software, United Kingdom, 1993.
- [17] YUAN, X.F. DONG, S.L.: Integral feasible prestress of cable domes, Computers & Structures 81, 2003, 2111 – 2119.

[18] YAO, J.: Introduction to Form-Finding for Membrane Structures - slides, Munich

Recenzia/Review: doc. Ing. Jozef Krešák, PhD.