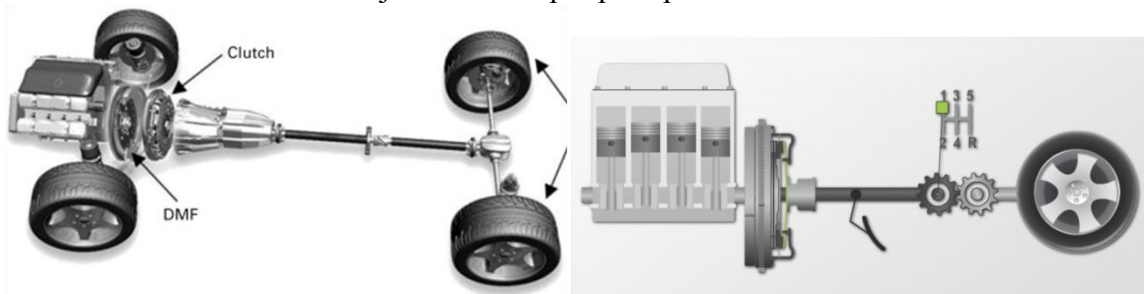




Torzné kmitanie a dvojhmotné zotrvačníky

Skupinu najvýraznejších budičov torzného kmitania reprezentujú piestové spaľovacie motory. Aby bolo možné použiť analytické postupy pre výpočet torzného kmitania, je potrebné zložitú sústavu kľukového hriadeľa zjednodušiť a pre prvé priblíženia zanedbať nelinearitu v sústave.

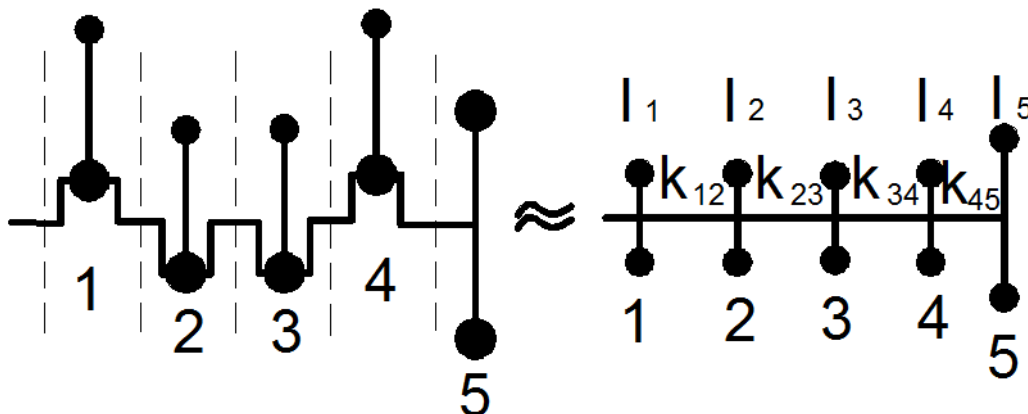


Postup výpočtu je nasledovný:

1. Redukcia zložitých tvarov telies na jednoduché rotujúce kotúče o určitom hmotnom momente zotrvačnosti ktoré sú spojené torznou tuhosťou.

1a) Redukcia hmôt

- princíp zachovania kinetickej energie



Redukcia hmôt na strane zotrvačníka

Moment zotrvačnosti na strane zotrvačníka je daný rovnicou:

$$I_{\text{celk_zotr}} = I_{\text{zotrva}} + I_{\text{kluka_zotrva}} + I_{\text{or}} \text{ [kg.m}^2\text{]}$$

kde

I_{zotrva} [kg.m²] - moment zotrvačnosti zotrvačníka

$I_{\text{kluka_zotrva}}$ [kg.m²] - moment zotrvačnosti časti kľukového hriadeľa na umiestnenie zotrvačníka.



1b) Redukcia dĺžok

Redukcia dĺžok kľukového hriadeľa sa vypočíta z potenciálnej energie tak, aby bola potenciálna energia spôsobená krútením skutočného zalomenia bola rovnaká ako je potenciálna energia náhradného kotúča.

Túto rovnosť možno vyjadriť rovnicou:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot J_p}{l} \cdot \varphi^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot J_{p \text{ red}}}{l_{\text{red}}} \cdot \varphi^2$$

kde

G [MPa] - modul pružnosti v šmyku

J_p [m⁴] - polárny kvadratický moment zotrvačnosti prierezu

l [m] - dĺžka krúteného prierezu.

Redukované hodnoty $J_{p \text{ red}}$ a l_{red} zodpovedajú náhradnému modelu.

Potom pre redukovanú dĺžku platí:

$$l_{\text{red}} = \frac{J_{p \text{ red}}}{J_p} \cdot l$$

Rovnako ako pri redukcii hmôt sa aj tu počíta s určitými zjednodušenými predpokladmi. Jedným z nich je uvažovanie krútenia 1. druhu. Je možné použiť aj iné modely, ale tie väčšinou vznikli na základe reálne vyrobených a použitých kľukových hriadeľov. Najpresnejšia metóda by bola, ak by sa torzná tuhosť experimentálne merala. Znamenalo by to fyzickú výrobu kľukového hriadeľa.

Redukovaná dĺžka zalomenia podľa Ker-Wilsona

Redukovaná dĺžka zalomenia sa vypočíta pomocou rovnice:

$$l_{\text{red}} = D_{\text{red}}^4 \cdot \left[\frac{b_{hc} + 0.4 \cdot D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{b_{kc} + 0.4 \cdot D_{kc}}{D_{kc}^4} + \frac{r - 0.4 \cdot (D_{hc} + D_{kc})}{b \cdot h^3} \right] [m]$$

kde

D_{red} [m] - redukovaný priemer, väčšinou sa volí zhodne s priemerom hlavného čapu.

To

platí aj v prípade výpočtu v tejto práci.

D_{hc} [m] - priemer hlavného čapu

D_{kc} [m] - priemer ojnicového čapu

b_{hc} [m] - šírka hlavného čapu

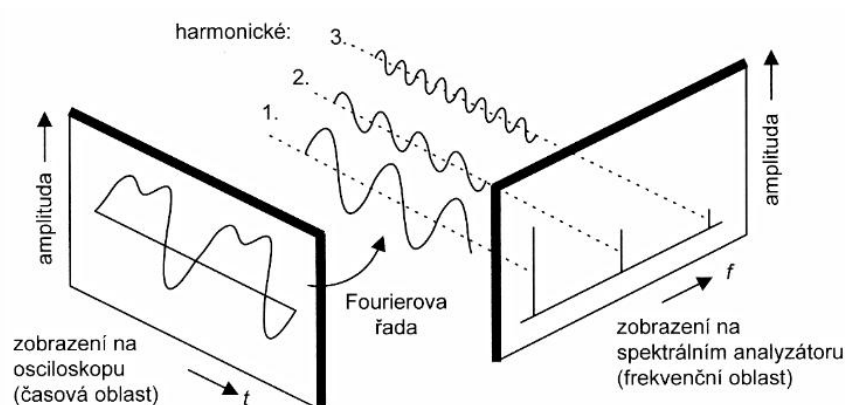
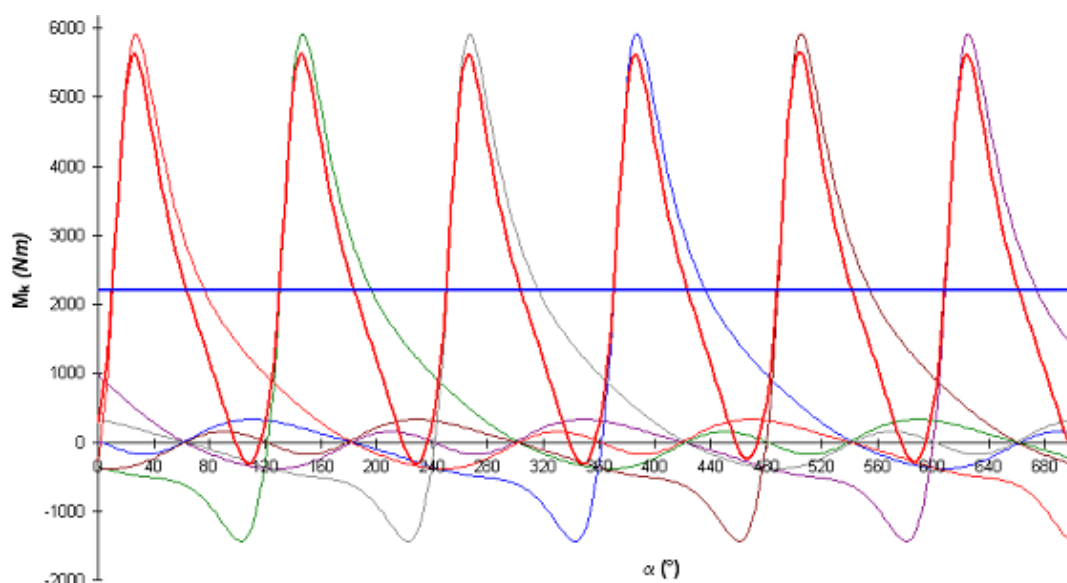
b_{kc} [m] - šírka ojnicového čapu

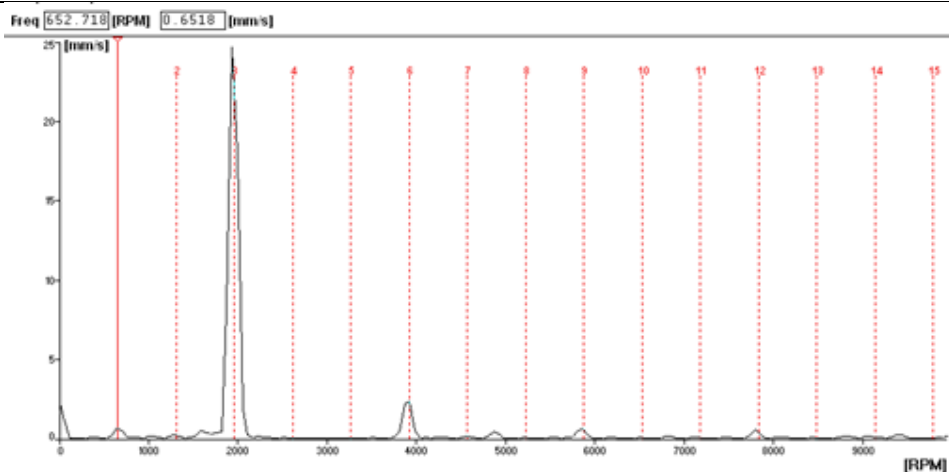
h [m] - šírka ramena zalomenia

b [m] - hrúbka ramena zalomenia

2. Určenie vlastného a vynúteného kmitania pri rôznych tvaroch kmitania a pri rezonanciách od harmonických zložiek krútiaceho momentu v prevádzkovej oblasti.

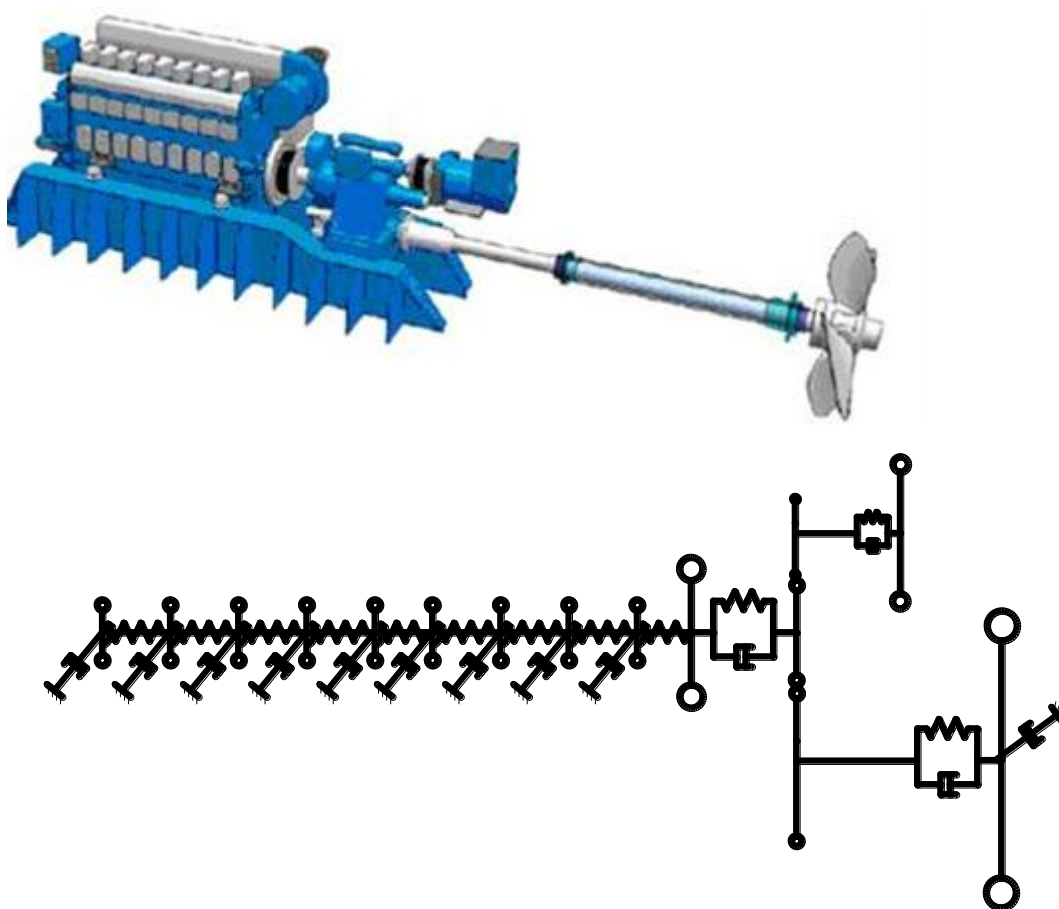
Budiaci krútiaci moment





$$M_b = M_n + \sum_{i=1}^{\infty} M_{hi} \cdot \sin(i \cdot \omega \cdot t + \gamma_i)$$

Nahradná výpočtová sústava



Mechanická sústava pozostávajúca z N hmôt má N-1 vlastných frekvencií, ktorým odpovedá N-1 tvarov kmitov. Rozhodujúcimi tvarmi kmitov sú najnižšie tvary kmitania



a to z toho dôvodu, že vyššie tvary kmitov sa v oblasti prevádzkových otáčok zvyčajne nevybudia.

$$I \cdot \ddot{\varphi} + k \cdot \varphi = M_k$$

where: I – inertia matrix,

k – stiffness matrix,

M_k – vector of torque loads,

φ – vector of angles of twist,

$\ddot{\varphi}$ – vector of angular accelerations.

Pre kontrolný výpočet vlastnej frekvencie je preto postačujúce nahradiť viachmotovú sústavu zjednodušenou netlmenou dvoj alebo trojhmotovou sústavou.

Vlastná frekvencia dvojhmotovej sústavy:

Pre prípad netlmenej dvojhmotovej sústavy, môžeme napísať pohybové rovnice

$$I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + k \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = M_i \cdot \sin(i \cdot \omega \cdot t)$$

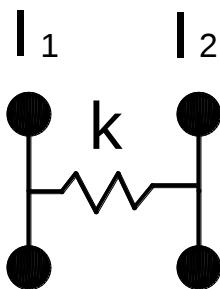
$$I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - k \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = 0$$

Kde:

I_1, I_2 – hmotné momenty zotrvačnosti

k – tuhosť spájajúca hmoty

φ_1, φ_2 – uhly skrútenia



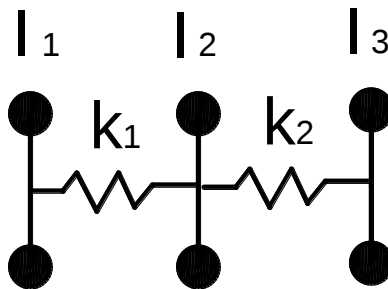
Dvojhmotová sústava

Riešením pohybových rovníc dostávame vzťah pre vlastnú kruhovú frekvenciu

$$\Omega_0^2 = k \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_1 \cdot I_2}$$

Vlastná frekvencia trojhmotovej sústavy:

Podobne ako pre dvojhmotovú sústavu je možné aj pre trojhmotovú netlmenú sústavu, napísať pohybové rovnice, ktorých riešením dostaneme kruhovú frekvenciu vlastných kmitov rovnica



Trojhmotová sústava

$$\Omega_{12}^2 = \frac{k_1 \cdot \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) + k_2 \cdot \left(\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_1 \cdot \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) + k_2 \cdot \left(\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right)}{2} \right)^2 - k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 \cdot I_2 \cdot I_3}} \quad (22)$$

Kde:

I_1, I_2, I_3 – hmotné momenty zotrvačnosti

k_1, k_2 – tuhosť spájajúca hmoty

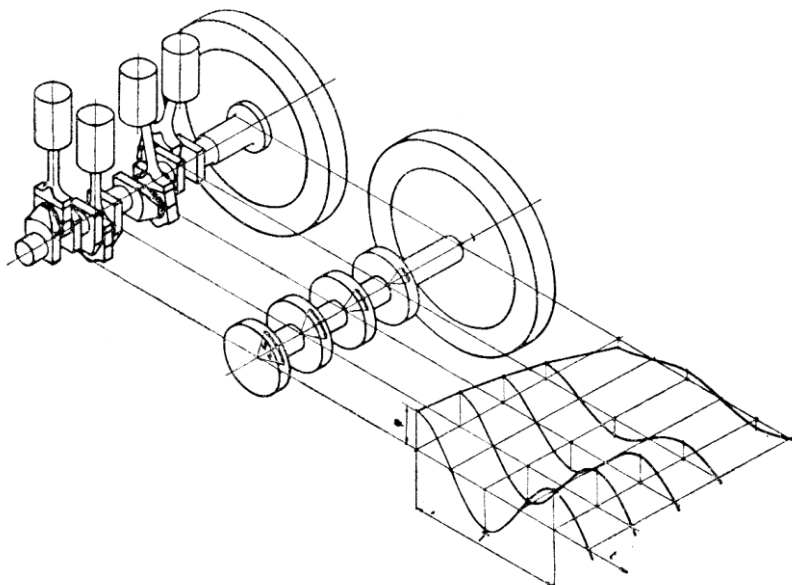
Najnebezpečnejšou oblasťou spôsobujúcou poruchy je oblasť rezonancií. Rezonancia nastáva v prípade ak sa vlastná frekvencia Ω_0 rovná budiacej frekvencii ω od i-tej harmonickej zložky.

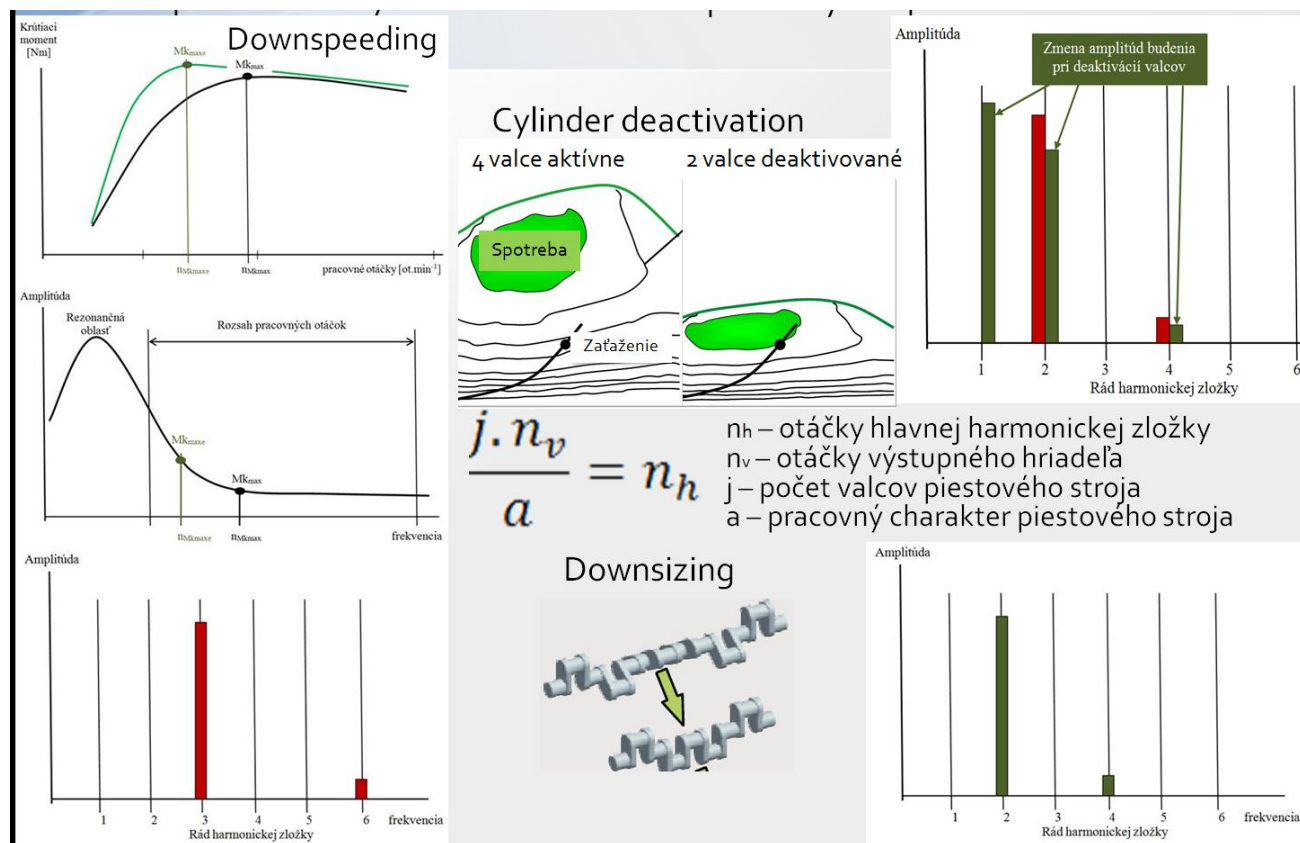
Vhodným parametrom na vyjadrenie dynamických účinkov torzného kmitania na mechanickú sústavu je súčiniteľ rozladenia rovnica

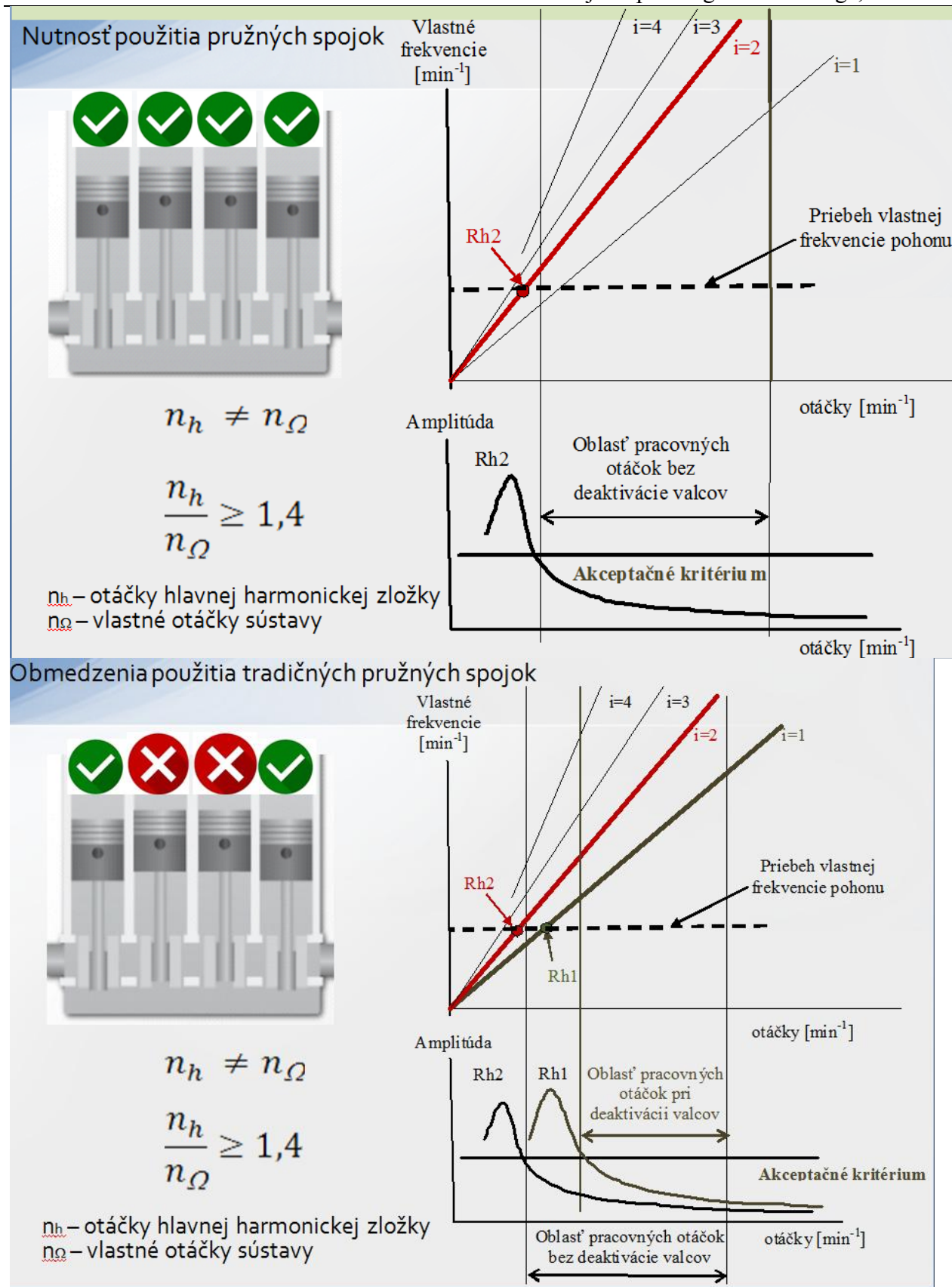
$$\eta = \frac{i \cdot \omega}{\Omega_0}$$

Aby mohla mechanická sústava pracovať bez vážnejších rezonančných vplyvov je žiadúce, aby sa súčiniteľ rozladenia pohyboval v rozmedzí: $0.8 \geq \eta \geq 1,12$, pre niektoré sústavy pracujúce v nadrezonančnej oblasti je žiadúce, aby súčiniteľ rozladenia $\eta \geq 1,4$.

Vlastné tvary kmitania

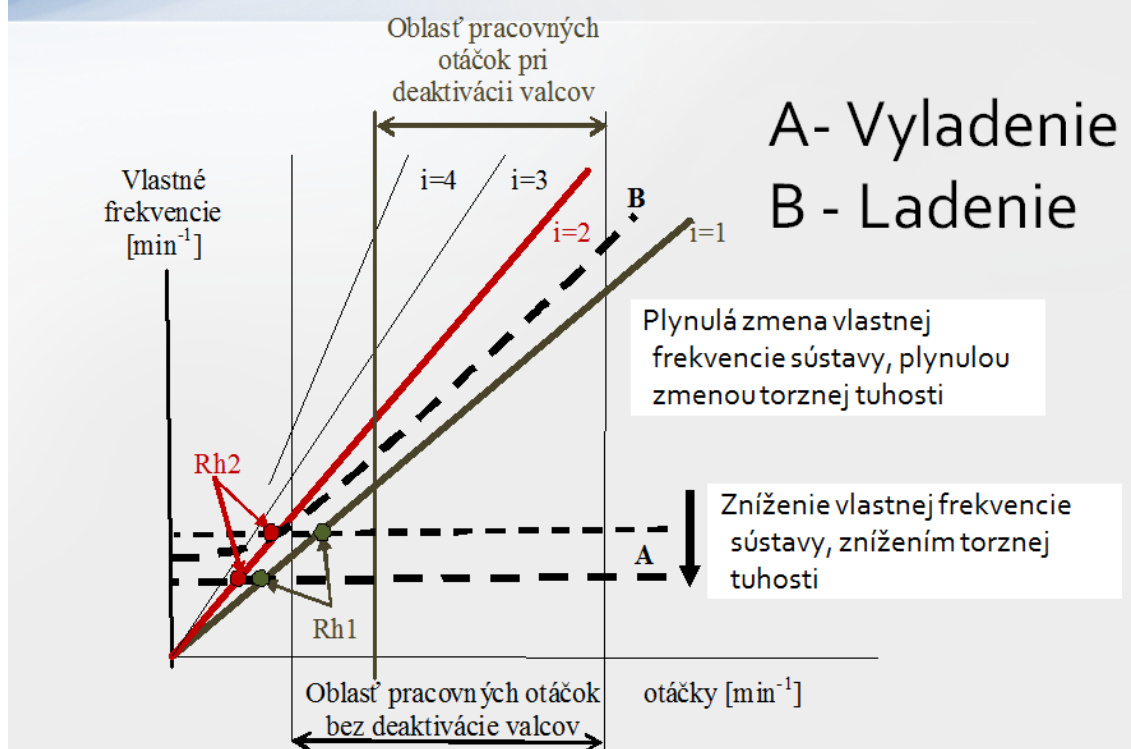








Požiadavky kladené na vývoj nových typov pružných spojok



Tuhosť dvojhmotného zotrvačníka:

$$k = \frac{dM_k}{d\varphi}$$

Aktuálne pružné spojky a DMF (dvojhmotné zotrvačníky)

