

## OBSAH

<b>1 ÚVOD.....</b>	<b>9</b>
1.1 Z dejín kinematiky.....	9
1.2 Základné pojmy.....	12
1.2.1 Priestor.....	12
1.2.2 Čas.....	14
1.2.3 Mechanický pohyb telesa.....	14
1.3 Základné operácie s vektormi.....	15
<b>2 KINEMATIKA BODU.....</b>	<b>19</b>
2.1 Pohyb bodu.....	19
2.2 Poloha bodu.....	20
2.2.1 Trajektória.....	22
2.2.2 Dráha.....	23
2.2.3 Rýchlosť.....	23
2.2.4 Zrýchlenie.....	25
2.3 Pohyb bodu v kartézskych súradniciach.....	26
2.4 Pohyb bodu vo valcovej súradnicovej sústave.....	32
2.5 Rovinný pohyb bodu v polárnych súradniciach.....	33
2.6 Sprievodný trojhran priestorovej čiary (pohyb bodu v prirodzených súradniciach).....	35
2.6.1 Rýchlosť v prirodzených súradniciach.....	36
2.6.2 Zrýchlenie bodu v prirodzených súradniciach.....	37
2.7 Druhy pohybu bodu.....	39
2.7.1 Priamočiary pohyb bodu.....	39
2.7.1.1 Rovnomerný priamočiary pohyb.....	40
2.7.1.2 Nerovnomerný priamočiary pohyb.....	41
2.7.1.3 Rovnomerne zrýchlený, resp. spomalený pohyb.....	42
2.7.1.4 Voľný pád.....	45
2.7.1.5 Typy úloh priamočiareho pohybu.....	46
2.7.2 Krivočiary pohyb.....	51
2.7.2.1 Pohyb bodu po kružnici.....	51

<b>3 POHYB TELESA .....</b>	<b>63</b>
3.1 Posuvný (translačný) pohyb telesa .....	67
3.1.1 Priamočiary posuvný pohyb telesa.....	69
3.1.2 Krivočiary posuvný pohyb telesa .....	70
3.2 Rotačný pohyb telesa .....	70
3.2.1 Okamžitá rýchlosť bodu telesa otáčajúceho sa okolo stálej osi otáčania .....	73
3.2.2 Zrýchlenie bodu telesa otáčajúceho sa okolo stálej osi otáčania.....	76
3.3 Rotačný pohyb rovinného útvaru v rovine .....	78
3.3.1 Grafické vyšetrenie rýchlosti bodov tuhého telesa.....	80
3.3.1.1 Metóda okamžitého stredu otáčania .....	80
3.3.1.2 Metóda pootočených rýchlostí .....	81
3.3.1.3 Metóda priemetov rýchlostí.....	82
3.3.1.4 Metóda zložených pohybov.....	82
3.3.2 Grafické zostrojenie zrýchlenia bodov pri otáčavom pohybe .....	83
<b>4 VŠEOBECNÝ ROVINNÝ POHYB TELESA .....</b>	<b>87</b>
4.1 Rozklad všeobecného rovinného pohybu .....	87
4.2 Pohyb ľubovoľného bodu telesa konajúceho všeobecný rovinný pohyb .....	88
4.3 Rýchlosť bodu útvaru pri všeobecnom rovinnom pohybe.....	89
4.4 Zrýchlenie bodu rovinného útvaru pri jeho všeobecnom rovinnom pohybe .....	90
4.5 Okamžitý stred otáčania.....	90
4.6 Polódie pohybu .....	98
4.6.1 Stred krivosti dráhy bodu (trajektórií).....	100
4.6.1.1 Hartmannova konštrukcia.....	101
<b>5 PRIESTOROVÝ POHYB TELESA.....</b>	<b>105</b>
5.1 Všeobecný priestorový pohyb telesa .....	105
5.2 Sférický pohyb telesa.....	107
5.3 Skrutkový pohyb telesa.....	113
5.3.1 Rýchlosť a zrýchlenie bodu pri skrutkovom pohybe .....	115
5.3.2 Skrutkový pohyb telesa v jeho okamžitej polohe.....	118
<b>6 SÚČASNÉ POHYBY TELIES.....</b>	<b>124</b>
6.1 Rýchlosť a zrýchlenie pri súčasných pohyboch.....	126

---

6.2	Zrýchlenie bodu pri súčasných pohyboch telies.....	128
6.3	Súčasný pohyb bodu a rovinného útvaru v rovine .....	129
6.3.1	Konštrukcia Coriolisového zrýchlenia $\mathbf{a}_c$ .....	133
6.4	Súčasnú všeobecnú rovinnú pohyby dvoch rovinných útvarov v rovine.....	134
<b>7</b>	<b>MECHANIZMY .....</b>	<b>136</b>
7.1	Rovinné mechanizmy .....	139
7.1	Priestorové mechanizmy .....	146
7.1.1	Sférické mechanizmy.....	148
7.2	Analytické kinematické riešenie mechanizmov .....	149
7.2.1	Geometrická metóda .....	150
7.2.1.1	Trigonometrická metóda.....	150
7.2.2	Vektorová metóda.....	152
7.3	Grafické kinematické riešenie mechanizmov.....	154
7.4	Mechanizmy s konštantným prevodom.....	155
7.5	Planétové prevody .....	160
<b>8</b>	<b>KINEMATIKA V Maticovej formulácii .....</b>	<b>162</b>
8.1	Kinematika bodu a telesa v maticovej formulácii.....	162
8.1.1	Geometrické vzťahy.....	162
8.1.2	Rýchlosti .....	165
8.1.3	Zrýchlenie .....	166
8.1.4	Základné pohyby.....	167
8.1.4.1	Rotačný pohyb okolo osi $o = x_b = x_a$ .....	168
8.1.4.2	Rotačný pohyb okolo osi $o = y_a = y_b$ .....	168
8.1.4.3	Rotačný pohyb okolo osi $o = z_a = z_b$ .....	169
8.1.4.4	Posuvný pohyb v smere osi $o = x_a = x_b$ .....	169
8.1.4.5	Posuvný pohyb v smere osi $o = y_a = y_b$ .....	170
8.1.4.6	Posuvný pohyb v smere osi $o = z_a = z_b$ .....	170
8.1.5	Súčasnú pohyby .....	170
8.1.5.1	Geometrické vzťahy.....	170
8.1.5.2	Rýchlosť pri súčasnom pohybe.....	172
8.1.5.3	Zrýchlenie pri súčasnom pohybe .....	173

---

8.1.6	Sférický pohyb .....	174
8.1.7	Rovinný pohyb .....	174
<b>LITERATÚRA .....</b>		<b>175</b>
<b>PRÍLOHA .....</b>		<b>177</b>
Matice a determinanty .....		177
Determinant matice .....		177
Operácie s maticami .....		179
Dôležité druhy matíc .....		179
Súradnice vektora vzhľadom k pootočenej báze .....		181

---

## PREDHOVOR

Obsah týchto učebných textov napĺňa osnovu predmetu Kinematika v druhom ročníku bakalárskeho štúdia Strojníckej fakulty TU Košice v študijných programoch Všeobecné strojárstvo a Mechatronika. Učebné texty môžu samozrejme využiť aj študenti ďalších študijných programov.

Predložený text nadväzuje na učivo predmetu Statika, v ktorom sa študenti naučili pracovať s vektorovými veličinami a tieto ich znalosti sa využívajú pri práci s vektormi polohy, rýchlosti a zrýchlenia bodu v kinematike. V učebnom texte sú uvedené stručné základy teórie s dôrazom na analytické a numerické metódy. Grafické metódy, ktoré v súčasnosti ustupujú do úzadia a sú nahrádzané počítačovými metódami, sú spomenuté len veľmi stručne, v podstate informatívne.

Čitateľovi, ktorý pociťuje potrebu prehĺbiť si vedomosti z jednotlivých oblastí kinematiky podrobnejšie odporúčame na štúdium špecializovanú literatúru uvedenú na konci učebného textu.

Ďakujeme Dr.h.c. mult. prof. Ing. Františkovi Trebuňovi, CSc., vedúcemu Katedry aplikovanej mechaniky a mechatroniky za podporu pri vydaní tohto učebného textu.

PodĎakovanie patrí aj Alene Nudzíkovej a Ing. Eve Dzurišovej za pomoc pri prepisovaní textov.

Autori