

TECHNICKÁ UNIVERZITA V KOŠICIACH
STROJNÍCKA FAKULTA

Katedra aplikovanej mechaniky a mechatroniky

prof. Ing. Jozef Bocko, CSc., Ing. Jozef Filas, CSc.,
Ing. Róbert Huňady, PhD., Ing. Peter Sivák, PhD.

DYNAMIKA V PRÍKLADOCH

Košice 2011

© prof. Ing. Jozef Bocko, CSc.,
Ing. Jozef Filas, CSc.,
Ing. Róbert Huňady, PhD.,
Ing. Peter Sivák, PhD.

Lektori:

prof. Ing. Milan Žmindák, CSc.,
prof. Ing. Ján Vavro, PhD.

ISBN 978-80-553-0832-6

Obsah

Predhovor	6
1 Úvod	7
1.1 Základné axiómy dynamiky	7
1.2 Jednotky základných fyzikálnych veličín v dynamike.....	8
1.3 Dynamické pohybové rovnice (DPR)	8
1.4 Typy úloh v dynamike.....	9
1.4.1 Priama úloha dynamiky	9
1.4.2 Nepriama (obrátená, inverzná) úloha dynamiky	9
1.5 Metodika riešenia úloh v dynamike	9
2 Dynamika hmotného bodu	12
2.1 DPR hmotného bodu v pravouhlej kartézskej súradnicovej sústave	12
2.2 DPR hmotného bodu vo valcovej (resp. polárnej) súradnicovej sústave.....	13
2.3 DPR hmotného bodu v prirodzenej súradnicovej sústave.....	14
2.4 Základné vety dynamiky hmotného bodu	15
2.4.1 Veta o zmene hybnosti.....	15
2.4.2 Veta o zmene momentu hybnosti	16
2.4.3 Veta o zmene kinetickej energie.....	16
2.4.4 Veta o zachovaní mechanickej energie.....	17
2.4.5 Práca, výkon	17
2.5 Príklady (priama úloha dynamiky).....	18
2.6 Príklady (nepriama úloha dynamiky).....	31
2.7 Relatívny pohyb hmotného bodu	51
2.7.1 Príklady (Relatívny pohyb hmotného bodu).....	51
3 Dynamika sústav hmotných bodov (SHB)	58
3.1 Pohybové rovnice SHB	58
3.2 Vety o pohybe ťažiska SHB.....	59
3.2 Hybnosť a moment hybnosti SHB	59
3.4 Kinetická energia SHB.....	60
3.5 Príklady (SHB).....	60
4 Geometria hmôt	73
4.1 Momenty zotrvačnosti.....	73

4.2	Momenty zotrvačnosti k pootočenej osi.....	74
4.2.1	Deviačné momenty k pootočeným osiam.....	75
4.3	Momenty zotrvačnosti k posunutým (rovnobežným) osiam.....	75
4.4	Momenty zotrvačnosti tuhého telesa.....	77
4.5	Príklady	77
5	Posuvný a rotačný pohyb telesa.....	87
5.1	Posuvný pohyb telesa	87
5.1.1	Príklady (Posuvný pohyb telesa)	88
5.2	Rotačný pohyb telesa (okolo stálej osi rotácie).....	95
5.2.1	Príklady (Rotačný pohyb telesa).....	96
5.3	Dynamické reakcie pri rotačnom pohybe telesa	103
5.3.1	Príklady (Dynamické reakcie pri rotačnom pohybe telesa).....	105
6	Všeobecný rovinný pohyb telesa.....	112
6.1	Príklady (Všeobecný rovinný pohyb telesa)	113
7	Sférický pohyb telesa	123
7.1	Príklady (Sférický pohyb telesa)	125
8	Skrutkový pohyb telesa	131
8.1	Príklady (Skrutkový pohyb telesa).....	131
9	Súčasné pohyby telesa	134
9.1	Príklady (Súčasné pohyby telesa)	135
10	Dynamika mechanických sústav.....	137
10.1	Metóda uvoľnenia	137
10.2	Metóda redukcie hmotnostných a silových veličín	138
10.3	Lagrangeove rovnice II. druhu	138
10.4	Princíp virtuálnych prác	139
10.5	Veta o zmene veľkosti kinetickej energie sústavy	140
10.6	Príklady (Dynamika mechanických sústav).....	140
10.7	Riešenie úloh dynamiky pomocou výpočtovej techniky.....	169
11	Kmitanie lineárnych diskrétnych sústav	174
11.1	Voľné kmitanie lineárnej sústavy s 1° voľnosti bez tlmenia	174
11.2	Voľné kmitanie lineárnej sústavy s 1° voľnosti s tlmením	175
11.3	Vynútené kmitanie sústavy s 1° voľnosti bez tlmenia	176

11.4 Vynútené kmitanie sústavy s 1° voľnosti s tlmením.....	177
11.5 Radenie pružín.....	178
11.6 Príklady (Kmitanie sústav s 1° voľnosti)	179
11.7 Príklady riešenia kmitania sústav s 1° voľnosti v Matlabe	210
Literatúra	230

PREDHOVOR

Obsah týchto učebných textov napĺňa osnovu predmetu Dynamika v druhom ročníku bakalárskeho štúdia Strojníckej fakulty TU Košice v študijných programoch Všeobecné strojárstvo a Mechatronika. Učebné texty môžu využiť aj študenti iných študijných programov.

V každej kapitole je uvedený stručný prehľad základných vzťahov, po ktorom nasledujú riešené a neriešené príklady s výsledkami. Riešené príklady sú s komentárom, ktorý čitateľovi pomôže zorientovať sa v danej problematike.

Dve kapitoly, riešenie mechanických sústav a kmitanie, obsahujú aj riešené úlohy s využitím programových balíkov MSC.Adams a Matlab. Pochopiteľne, nebolo možné v týchto príkladoch uvádzať celý postup riešenia, pretože by to bolo značne náročné z hľadiska rozsahu.

Učebné texty obsahujú príklady, ktoré patria do oblasti technickej aplikácie dynamiky ako súčasti fyziky.

Existuje dostatok literatúry, aj s riešenými úlohami z oblastí mechaniky, dynamiky, technickej mechaniky, záleží len na možnostiach (jazykové znalosti, prístup ku knižniciam), snahe záujemcu, do akej šírky a do akej hĺbky pôjde pri štúdiu a aplikovaní poznatkov z dynamiky.

Ďakujeme Dr.h.c. mult. prof. Ing. Františkovi Trebuňovi, CSc., vedúcemu Katedry aplikovanej mechaniky a mechatroniky za podporu pri vydaní tohto učebného textu.

Ďakujeme lektorom, prof. Ing. Jánovi Vavrovi, PhD., prof. Ing. Milanovi Žmindákovi, CSc., za starostlivé posúdenie učebných textov a za všetky pripomienky.

Osobitné poďakovanie patrí Alene Nudzíkovej, Ing. Eve Dzurišovej, Ing. Kristíne Maslákovej, Ing. Tomášovi Harčarikovi za prepísanie textov.

Autori